

# Projekt u nastavi matematike osnovne škole

Mirta Benšić\*

## 1 Uvod

Projektna nastava definira se u pedagoškoj literaturi kao "svrhovit i organiziran proces aktivnog učenja u kojem učenici, u grupama ili samostalno, prema pažljivo planiranom projektu, istražujući dolaze do novih spoznaja" ([1]). Iako ova definicija sadrži kao ključne elemente projekta samo aktivno učenje, plan i istraživanje, projektna nastava mnogo je kompleksnije strukturirana. Mnogo više o projektnoj nastavi i načinu kako je treba provoditi saznajemo iz ciljeva projektne nastave, njenih značajki i etapa. Tako teoretičari projektne nastave navode (vidi [1], [2]):

- **ciljeve projektne nastave:**

- stjecanje znanja i realna mogućnost primjene u stvarnom životu,
- razvoj sposobosti snalaženja u stvarnom životu,
- razvoj interesa za istraživanje i istraživački pristup učenju,
- razvoj interesa za umjetnost, kulturu i demokraciju,
- razvoj vještina komunikacije, tolerancije, itd.;

- **značajke projektne nastave:**

- polazište su interesi učenika,
- samostalna organiziranost i osobna odgovornost,
- etapno ciljno planiranje,
- socijalno učenje,
- interdiscipinarnost,

---

\*Department of Mathematics, University of Osijek, Gajev trg 6, 31 000 Osijek, Croatia, (e-mail: mirta@mathos.hr)

- uloga učitelja i učenika se mijenja,
- predstavljanje rezultata,
- refleksija;

- **etape projektne nastave:**

- pripremanje projekta (pronalaženje teme, formuliranje cilja, okvirno i detaljno planiranje),
- rad na projektu (prikupljanje podataka, obrada i analiza),
- refleksija (grupna procjena, samoprocjena).

Svjesni smo da projektna nastava, organizirana tako da ima navedene značajke, da zadovoljava navedene ciljeve i prolazi kroz predviđene etape, ima mnogo prednosti pred klasičnom nastavom. Na taj način se mnogo dublje povezuje znanje i razmišljanje, pomaže se učenicima u stjecanju vještina rješavanja problema, potiče se razvoj navike razmišljanja, istraživanja i planiranja u svim segmentima života, uključuju se i motiviraju učenici koji se dosađuju ili su indiferentni, povezuju se sadržaji koji su u klasičnoj nastavi bitno razdvojeni, uči se djecu kako prezentirati rezultete, razvija se kritičnost prema svom i tuđem radu (kroz refleksiju) ali se i razvija sposobnosti objektivnog vrednovanja svog i tuđeg rada, itd. Jednom riječju, ogromne su koristi od projektno organiziranog učenja.

Međutim, čak se i teoretičari projektne nastave slažu da ona nije prikladna za sve školske sadržaje, pri čemu posebno ističu stjecanje vještina računanja (vidi [2]). Također, u klasično organiziranom nastavnom procesu, kakav je npr. u Hrvatskoj, najveći problem pri uvođenju projekta u nastavu je organizacijskog tipa. Tako je na hrvatskim Globe internet stranicama (vidi [3]) postavljeno pitanje za raspravu: "Imamo li vremena za učeničke projekte u nastavi?" s potpitanjem: "Možemo li (smijemo li) od klasičnih predavanja otkinuti dio vremena za izvedbu učeničkih projekata?"

Realnost vezana uz projektno učenje u hrvatskim školama (posebno vezano uz nastavu matematičkih sadržaja) je da su nastavnici svjesni koristi koje se ostvaruju primjenom projekta u nastavi ali, sputani organizacijskim problemima, rijetko se odlučuju na takav oblik organizacije podučavanja. Danas je primjena projektnog učenja matematičkih sadržaja (u Hrvatskoj) najčešće vezana uz primjenu matematike te uz slobodne aktivnosti ili rad izvan predviđene nastavne satnice.

Uzimajući u obzir realnost i ogromne prednosti koje sobom nosi projektno učenje, postavlja se pitanje kako relaksirati zahtjeve koji su postavljeni u organizaciji projektne nastave tako da se riješimo organizacijskih problema i da projektno učenje i u klasično organiziranoj nastavi postane svakodnevica.

## 2 O pojmu "projekt"

Značajke projektne nastave: "polazište je interes učenika" i "interdisciplinarnost", kao i činjenica da je istraživanje u matematici temeljeno na apstraktnom mišljenju, čini matematičke sadržaje najčešće alatom u projektima, a ne temeljnim problemom koji se istražuje. Međutim, temelj projektnog učenja je *projekt* koji, po definiciji (vidi [1]), predstavlja *detaljno istraživanje važne teme po unaprijed razrađenom planu*. Dakle, sama definicija projekta ne podrazumijeva nužno interdisciplinarnost niti interes učenika kao polazište za projekt. Ovakva razmišljanja otvaraju daleko širi spektar tema koji se mogu obuhvatiti projektima u nastavi. Tako i matematički problem, postavljen od strane nastavnika ili učenika, može postati tema istraživanja projekta. Na kraju, i znanstveni projekti ne moraju biti interdisciplinarni, svako područje znanosti ima svoju karakterističnu istraživačku metodologiju i oblike rezultata. Rezultati u čisto matematičkim istraživanjima su dokazane tvrdnje.

Iako je projekt temeljni pojam u projektnoj nastavi, prezentacija i refleksija projekta značajke su karakteristične za projektnu nastavu koje nisu sadržane u samom pojmu projekta. Temeljem prezentacije i refleksije projekta ostvaruju se mnogi ciljevi projektne nastave koji su vezani uz vještine komunikacije, sposobnosti objektivnog vrednovanja svog i tuđeg rada i toleranciju. Dodamo li, dakle, definiranom projektu, koliko god zahtijevan on bio, prezentaciju i refleksiju, imamo zastupljene sve tri etape projektne nastave.

Ovakva razmišljanja navode na zaključak da, uvođenjem u nastavu zadaća koje sadržajno predstavljaju mali projekt te uz to sadrže obavezu prezentacije i refleksiju, ostvarujemo sve tri etape projektne nastave pa time i velik dio ciljeva projektne nastave. Obzirom da se, u matematici, skoro svaki klasičan problemski zadatak može transformirati u mali projektni zadatak, na ovaj način se otvara širok spektar tema za male projektne zadaće koji mogu obogatiti svakodnevnu nastavu matematike i u velikoj mjeri povećati kvalitetu usvojenih znanja i vještina.

## 3 Zadaća projektnog tipa

Pod pojmom "zadaća projektnog tipa" podrazumijevat ćemo jasno definiran projektni zadatak (od strane nastavnika ili zainteresiranih učenika) koji treba riješiti detaljnim istraživanjem po unaprijed utvrđenom planu, pripremiti prezentaciju te prezentirati bitne korake u istraživanju i rezultate, a iza kojega obavezno slijedi samovrednovanje te vrednovanje od strane ostalih učenika i nastavnika.

Na zadaći projektnog tipa može raditi jedan učenik ili grupa, ona može

zahtijevati sasvim kratko ili nešto duže vrijeme za istraživanje, može biti i jednostavna i složena, možemo je prilagoditi djeci raznih sposobnosti za matematiku tako da svaki učenik u razredu može raditi na ovakvim zadaćama, može biti interdisciplinarna ali i ne mora. Ono što će jednu zadaću karakterizirati kao zadaću projektnog tipa su sljedeći elementi:

- istraživački karakter,
- plan istraživanja,
- prezentacija tijekom istraživanja i rezultata,
- postupak vrednovanja.

Za zadavanje zadaće projektnog tipa potrebno je

- precizno odrediti zadatak,
- dati smjernice za istraživanje i literaturu,
- dati kriterije za vrednovanje i
- zadati vrijeme trajanja prezentacije.

### **Primjer 1 .Ostatak pri dijeljenju s brojem 7**

*Zadaća:*

- *Istraži koji brojevi se mogu pojaviti kao ostatak pri dijeljenju s brojem 7. Pokušaj objasniti zašto vrijedi tvoja tvrdnja.*
- *Pripremi kratku prezentaciju.*

*Smjernice za istraživanje:*

- *Izaberi nekoliko prirodnih brojeva manjih od 20.*
- *Svaki od njih podijeli sa 7 i prikaži u obliku  $7a + b$ .*
- *Ponovi postupak s većim prirodnim brojevima.*
- *Ako si i dalje zbunjena ponovi postupak redom sa sljedećim brojevima: 14, 15, 16, 17, 16, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29.*

*Literatura:.....*

*Kriterij vrednovanja:*

1. *Preciznost izračuna.*
2. *Domišljatost pri odabiru brojeva.*
3. *Točnost tvrdnji.*
4. *Jasnoća i zanimljivost prezentacije.*

*Komentari:*

*Ovo je zadatak teorijskog tipa za 5. razred osnovne škole.*

*Prikladan je za individualni rad.*

*Vrlo je kratak ali koristan za uvođenje u matematičku teoriju.*

*Na ovaj način se učenici upoznaju s različitim, a korisnim, načinima prikaza broja i njihovim zapisima.*

## **Primjer 2 . Kako konstruirati**

*Zadaća:*

*Istraži kako konstruirati pravilan šesterokut čija je površina jednaka zbroju površina dvaju zadanih pravilnih šesterokuta. Možete li ponoviti sličan postupak za druge likove osim pravilnog šesterokuta.*

*Smjernice za istraživanje*

- *Ponovi Pitagorin poučak*
- *Razmisli kako ćeš konstruirati kvadrat čija je površina jednaka sumi površina dvaju zadanih kvadrata.*
- *Generaliziraj! Dokaži svaku svoju tvrdnju i izvedi konstrukciju.*
- *Pripremi zanimljiv plakat na tu temu i kratku prezentaciju.*

*Literatura: .....*

*Kriterij vrednovanja:*

1. *Točnost iskazanih tvrdnji i dokaza.*
2. *Preciznost konstrukcije.*
3. *Jasnoća i zanimljivost prezentacije.*
4. *Kreativnost plakata.*

*Komentari:*

*U smjernicama namjerno nisu spomenuti sličnost i odnosi površina međusobno sličnih likova računajući na to da se ova zadaća može riješiti na različite načine.*

*Obzirom da površina pravilnog šesterokuta, duljine stranice  $a$ , iznosi*

$$P = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2,$$

*temelj za konstrukciju se može dobiti množenjem izraza  $a^2 + b^2 = c^2$  prikladno izabranom konstantom.*

*Bolji učenici će se možda sami sjetiti sličnosti.*

*Obrazovni ciljevi se uglavnom odnose na ponavljanje i utvrđivanje gradiva iz računaja površine trokuta i nekih pravilnih mnogokuta, Pitagorinog poučka i, eventualno, sličnosti.*

### **Primjer 3 . Razotkrite matematičku igru**

*Zadaća:*

- *Igra: Zamislite jednoznamenasti broj. Pomnožite ga brojem 7. Dodajte mu trostruki zamišljeni broj. Rezultat pomnožite brojem 2 i umnošku dodajte zamišljeni broj. Recite rezultat.*
- *Iz rezultata smo u stanju prepoznati koji je broj zamišljen. Otkrite pravilo i dokažite da pravilo vrijedi.*
- *Pripremite prezentaciju pravila i dokaza u trajanju 5 minuta.*
- *Možete li sami izmisliti sličnu igru?*

*Smjernice za istraživanje*

- *Ponovite igru s nekoliko zamišljenih bojeva.*
- *Svaki puta zapisujte postupak izračuna.*
- *Pokušajte odgonetnuti pravilo.*
- *Primijenite postupak izračuna koristeći oznaku  $x$  umjesto zamišljenog broja.*
- *Zapišite cijeli račun u jednom izrazu i malo "uredite" izraz koristeći svojstva zbrajanja i množenja.*

*Literatura: .....*

*Kriterij vrednovanja:*

1. Točnost iskazanih tvrdnji.
2. Preciznost i sistematičnost zapisa.
3. Jasnoća i zanimljivost prezentacije.

*Komentari:*

*Može se provesti u petom razredu osnovne škole s učenicima razvijenijih sposobnosti za matematiku.*

*Trik igre se lako otkriva jer se izračun svodi na  $21x$  pa, zbog jedinice na mjestu jedinica u broju 21, množenje s jednoznamenkastim brojem  $x$  ostavlja  $x$  na mjestu jedinica u umnošku.*

*Ovakve priče se lako mogu smisliti tako da kao rezultat imaju množenje broja  $x$  s nekim drugim dvoznamenkastim brojem koji ima jednicu na poziciji jedinica.*

#### **Primjer 4 . Odnos duljine dlana i stopala**

*Zadaća: Grafički prikazite i komentirajte odnos između duljine dlana i duljine stopala vaih vršnjaka.*

*Smjernice za istraživanje*

- *Izaberi 10 učenika iz razreda i napravi olovkom na papiru obrise njihovih stopala i dlanova.*
- *Izmjeri duljinu stopala ( $d$ ) i duljinu dlana ( $s$ ) kao što je prikazano na slici i podatke prikaži tablično za svakog od izabраниh učenika.*
- *U pravokutnom koordinatnom sustavu ucrtaj uređene parove ( $d,s$ ), formirane po učenicima.*
- *Izaberi dvije ucrtane točke i odredi pravac koji prolazi kroz njih. Ucrtaj pravac u isti koordinatni sustav.*
- *Ponovi postupak izborom druge dvije točke.*
- *Koji ti se pravac čini boljim ako njime želimo približno opisati vezu između duljine dlana i stopala? Obrazloži tvrdnju.*
- *Možeš li tvrditi: ako jedna osoba ima dulji dlan od druge osobe, onda joj je i stopalo dulje? Obrazloži.*
- *Pripremi prezentaciju od 5-10 minuta.*

*Literatura.....*

*Kriteriji vrednovanja:*

1. *Točnost i preciznost iskaza tvrdnji.*
2. *Točnost i jasnoća obrazloženja.*
3. *Sistematičnost i zanimljivost prezentacije*

### **Primjer 5 . Oplošje Platonovih tijela.**

*Zadaća:*

*Istraži u literaturi što su to Platonova tijela te kako im možemo izračunati oplošje.*

*Smjernice za istraživanje:*

- *Prouči Platonova tijela.*
- *Prouči način računanja površine likova od kojih se sastoje Platonova tijela.*
- *Za svako pojedino Platonovo tijelo analiziraj koje ti informacije trebaju da bi mogao izračunati oplošje.*
- *Odaberi jedno tijelo koje nisi do sada sreo u matematici, izradi takvo tijelo pomoću mreže pa mu izračunaj oplošje.*
- *Pripremi prezentaciju u trajanju do 5 minuta.*

*Literatura.....*

*Kriteriji vrednovanja:*

1. *Točnost i preglednost prikaza i izračuna*
2. *Sistematičnost i zanimljivost prezentacije*

Zadaće projektnog tipa mogu se zadati vrlo lako i uklopiti u klasično organiziran nastavni proces i u skoro svaku nastavnu temu. Prikladne su za učenje teoretskih sadržaja matematike i sistematizaciju gradiva jednako kao za primijenjene sadržaje. Obzirom da sadržajno mogu biti vrlo raznolike prikladne su za učenike svih nivoa sposobnosti za matematiku. Ovakve zadaće ne moraju biti vremenski zahtjevne, mogu se postaviti čak i tako da se u potpunosti, uključujući pripremu prezentacije i prezentaciju, mogu izvesti u jednom nastavnom satu (ako nastavnik ima spremne folije i flomastere za pripremu prezentacije, odnosno neki drugi prikladan pribor u tu svrhu).



Prednost koja se ostvaruje uključivanjem ovakvih zadaća u nastavnu svakodnevicu je u navikavanju učenika na planski, istraživački način učenja u klasično organiziranom nastavnom procesu. Također, navikavanjem učenika prezentiranju rezultata i zajedničkim vrednovanjem sustavno se realiziraju neki od bitinih ciljeva suvremene škole koji se inače najprirodnije ostvaruju upravo projektnom nastavom. Ovakve zadaće ujedno pripremaju učenike za izvođenje opsežnijih interdisciplinarnih projekata.

Ukratko, zadaće projektnog tipa organizacijski su vrlo jednostavne za provođenje u klasičnom nastavnom procesu, a zadržavaju dobre strane projektne nastave.

## 4 Postupak vrednovanja

Postupak vrednovanja bitan je element koji upotpunjuje zadaću projektnog tipa i daje joj potrebnu ozbiljnost. Obzirom da se zadaća završava prezentacijom, imamo mogućnost uključiti sve učenike razreda u diskusiju i vrednovanje. Realnost ovakvog postupka krije i slijedeće probleme:

- Prirodna solidarnost učenika u đlačkom uzrastu često za posljedicu ima da kolege u razredu ne žele reći kritike bojeći se da će time umanjiti ocjenu autora prezentacije.
- Nedovoljno znanje učenika u području koji je pokriven prezentacijom čini ih nedovoljno kompetentnim za realnu ocjenu.

Uzimajući u obzir ove činjenice pitamo se čemu onda uopće služi vrednovanje od strane učenika u razredu i nije li to samo gubljenje vremena od nastavnog sata (a toga i tako uvijek nedostaje) kad konačnu i realnu ocjenu može dati jedino nastavnik.

Međutim, postupak vrednovanja od strane učenika i samovrednovanje ne radi se zbog formiranja realne ocjene projektnog zadatka nego u svrhu razvijanja sposobnosti vrednovanja kod učenika te stvaranje obaveze pažljivog slušanja prezentacije. U tu svrhu potrebno je dati ozbiljnost postupcima od kojih se sastoji vrednovanje. Jedan od načina postizanja ozbiljnosti je postavljanje standardnih obaveza koje učenici imaju u postupku vrednovanja. Možemo, npr. tražiti standardan zapis podataka o prezentaciji te komentare najuspješnijeg i najmanje uspješnog aspekta u bilježnicu. Naknadno, prilikom pregledavanja bilježnica, imamo priliku dodatno ocijeniti element sposobnosti vrednovanja iz tih komentara.

Da bismo pomogli učenicima u razvijanju sposobnosti objektivnog vrednovanja možemo se poslužiti definiranjem sličnih kriterija po kojima se projektne zadaće vrednuju. Npr. u svakoj projektnoj zadaći iz matematike kao

kriteriji vrednovanja mogu stajati: točnost iskazanih tvrdnji i izračuna, preciznost u izražavanju, jasnoća i zanimljivost prezentacije. Naravno da pri tome ne očekujemo od učenika da daju realnu ocjenu ovih elemenata nego da razmišljaju o njima kada navode najuspješniji i najmanje uspješan aspekt prezentacije. Time učenici ujedno postupno usvajaju navedene elemente vrednovanja kao bitne elemente prezentacija i sami ih u svojim prezentacijama nastoje zadovoljiti.

## Literatura

- [1] Munjiza, E., Peko, A., Sablić, M., *Projektno učenje*, Sveučilište J.J. Strossmayera, Filozofski fakultet, Učiteljski fakultet, Osijek, 2007.
- [2] Project Based Learning Handbook,  
<http://www.bie.org/pbl/pblhandbook/index.php>
- [3] <http://public.carnet.hr/globe/projekti/miniprojekt.htm>