

**Pismeni ispit iz kolegija Funkcije više varijabli
(Matematička analiza 3)**

5.7.2006.

1. Može li se funkcija

$$f(x, y) := \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + 2y^4 + z^2}},$$

proširiti sa svog prirodnog područja definicije na cijeli \mathbf{R}^3 , tako da to proširenje bude diferencijabilno na \mathbf{R}^3 ?

2. Može li se sustav

$$\begin{aligned}yz \sin x &= e^{x^2+z} - y^2 u^2, \\u \cos x &= x^2 z + u^2 y^3,\end{aligned}$$

riješiti po nekim dvijema varijablama (iz skupa $\{x, y, z, u\}$) na nekoj okolini točke $T(0, 1, 0, 1)$?

3. Naći sve točke na plohi $z - 2 = x^2 + y^2$ sa svojstvom da je normala na plohu u toj točki ujedno i normala na plohu $x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 0$. Nacrtati obje plohe!

4. Naći i ispitati lokalne ekstreme funkcije $f(x, y, z) = x^2 + y^3 + z^3 + 12xy - 4z + 8$.

5. Izračunati

$$I = \iint_P x^2 + y^2 dx dy,$$

gdje je P dio kruga $x^2 + y^2 - 2y \leq 0$ za koji je $y \leq 1$. Nacrtati područje integracije!

6. Izračunati

$$I = \int_c x^2 dx,$$

gdje je c dio pozitivno orijentirane krivulje $(x - 4)^2 + y^2 = 64$ od točke $A(-4, 0)$ do točke $B(12, 0)$. Nacrtati krivulju!

7. Izračunati z'_{yy} i z'_{xy} , ako je funkcija $z(x, y)$ dana implicitno jednadžbom

$$\sin x = e^{x^2+z} - z^2.$$

Sve tvrdnje obrazložiti

Važno: Studenti koji su kolegij slušali ove godine rješavaju zadnjih pet zadataka, dok ostali rješavaju prvih pet zadataka.