

**Pismeni ispit iz kolegija Funkcije više varijabli  
(Matematička analiza 3)**

5.10.2006.

1. Može li se funkcija

$$f(x, y) := \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + 2y^4 + z^2}},$$

proširiti sa svog prirodnog područja definicije na cijeli  $\mathbf{R}^3$ , tako da to proširenje bude diferencijabilno na  $\mathbf{R}^3$ ?

2. Može li se sustav

$$yz \sin x = e^{x^2+z} - y^2 u^2,$$

$$u \cos x = x^2 z + u^2 y^3,$$

riješiti po nekim dvijema varijablama (iz skupa  $\{x, y, z, u\}$ ) na nekoj okolini točke  $T(0, 1, 0, 1)$ ?

3. Naći sve točke na plohi  $z - 2 = (x - 1)^2 + y^2$  sa svojstvom da je tangencijalna ravnina na plohu u toj točki okomita na pravac koji prolazi točkama  $A(2, 1, 0)$  i  $B(4, 5, 2)$  Nacrtati plohu!

4. Naći i ispitati lokalne ekstreme funkcije  $f(x, y) = 8x^3 + 3y^3$  uz uvjet  $4x^2 - y^2 = 2$ .

5. Izračunati površinu dijela plohe  $z = x^2 + y^2$  koji se nalazi unutar sfere  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ . Nacrtati sliku!

6. Izračunati

$$I = \iint_S x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy,$$

gdje je  $S$  vanjska strana sfere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  ( $a$  je pozitivna konstanta). Nacrtati sliku!

7. Funkciju  $f(x, y) = \sin(xy)$  razviti u Taylorov red oko točke  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  do uključivo članova trećeg reda.

**Sve tvrdnje obrazložiti**

**Važno:** Studenti koji su kolegij slušali ove godine rješavaju zadnjih pet zadataka, dok ostali rješavaju prvih pet zadataka.