

**Pismeni ispit iz
Funkcija više varijabli**

1. [20 bod.] Zadana je vektorska funkcija $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ s

$$\vec{f}(x, y, z) = (e^y \cos x \cos z, e^y \sin x \cos z, -e^y \sin x \sin z).$$

a) Odredite diferencijal funkcije \vec{f} u točki $(0, 0, 0)$.

b) Uz pretpostavku da je funkcija \vec{f} gradijent neke funkcije $u: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, izračunajte derivaciju funkcije u u smjeru vektora $\vec{v} = \frac{1}{4}\vec{i} + \frac{1}{4}\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{4}\vec{k}$ u točki $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

2. [20 bod.] Odredite sve točke na plohi $y^2 + z^2 - x^2 - 2y = 0$ u kojima je tangencijalna ravnina paralelna sa nekom od koordinatnih ravnina.
3. [20 bod.] Izračunajte krivuljni integral I.vrste

$$\int_C x^2 y z \, ds,$$

gdje je C krivulja zadana parametarski

$$\begin{aligned} x = x(t) &= \sqrt{5} \cos t \\ y = y(t) &= \sin t \\ z = z(t) &= 2 - 2 \sin t \end{aligned}$$

za $t \in [0, 2\pi]$.

4. [20 bod.] Koristeći trostruki integral izračunajte volumen tijela omeđenog plohami $x^2 + y^2 = z + 3$ i $\sqrt{x^2 + y^2} = -z$.
5. [20 bod.] Izračunajte

$$\int \int_{S^+} y \, dx \, dz,$$

gdje je S^+ vanjska strana elipsoida $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{1} = 1$.