

**Pismeni ispit iz
Funkcija više varijabli**

1. [20 bod.] Zadana je funkcija $F(x, y) = xy + \varphi(x^2 - y)$.

a) Dokažite da vrijedi jednakost

$$x \frac{\partial F}{\partial x} + 2x^2 \frac{\partial F}{\partial y} = F(x, y) + 2x^3.$$

b) Ako je

$$\begin{aligned}x &= x(t) = t^2 + 1 \\y &= y(t) = 2t^2\end{aligned}$$

i ako je funkcija $\varphi : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $\varphi(u) = \frac{u^2}{u-1}$, odredite $\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$.

2. [20 bod.] Odredite koeficijente a i b tako da vrijednost integrala

$$I = \int_0^1 [\ln(ab(x+1)) - 2a^2x - b^2x] dx$$

bude maksimalna!

3. [20 bod.] Izračunajte krivoljni integral I. vrste

$$\int_C \frac{x^3}{8 + 36xy} ds,$$

gdje je C dio krivulje $y = \frac{1}{2}x^3$ od točke A za koju je $x_A = -2$ do točke B za koju je $x_B = 3$.

4. [20 bod.] Izračunajte volumen tijela omeđenog plohami $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ i $z = 4 - x^2 - y^2$ te ravninom $z = 0$.

5. [20 bod.] Izračunajte

$$\int \int_S y^2 dS,$$

pri čemu je S dio stošca $x = \sqrt{y^2 + z^2}$ za koji je $x \leq 4$.