

**Pismeni ispit iz  
Funkcija više varijabli**

1. [20 bod.] Zadana je vektorska funkcija  $\vec{f}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definirana s  $\vec{f} = \left( \frac{x+y}{x-y}, x-y^2 \right)$ , pri čemu je

$$\begin{aligned}x &= x(u, v) = \ln(2u^2) + ve^{2u^2-1} \\y &= y(u, v) = \ln\left(\frac{u}{v^2-1}\right).\end{aligned}$$

Izračunajte diferencijal funkcije  $\vec{f}$  u točki  $P$  za koju je  $u = -1$  i  $v = 0$ .

2. [20 bod.] Provjerite imaju li plohe  $x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0$  i  $x + 2y - \ln z + 4 = 0$  zajedničku tangencijalnu ravninu. Ako imaju, odredite jednadžbu te ravnine i pripadnu točku.
3. [20 bod.] Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy,$$

gdje je  $C$  dio pravca od točke  $A = (-1, -1)$  do točke  $B = (1, 2)$ . Ovisi li zadani integral o putu integracije? Dokažite svoju tvrdnju!

4. [20 bod.] Izračunajte volumen tijela omeđenog plohom  $z - 4 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$  te ravninama  $z = 2$  i  $z = 3$ .
5. [20 bod.] Izračunajte

$$\int \int_{S^+} x \, dydz,$$

pri čemu je  $S^+$  dio plohe  $y = 1 - \sqrt{2x - x^2}$ ,  $0 \leq z \leq 1$ , orijentirane tako da normala na tu plohu zatvara s osi  $OY$  kut veći od  $90^\circ$ .