

**Pismeni ispit iz
Funkcija više varijabli**

1. [20 bod.] Zadana je funkcija $F(x, y) = xy^2\varphi(2x^2 + xy)$.
 - a) Odredite sve parcijalne derivacije drugog reda funkcije F .
 - b) Ako funkcija φ u svakoj točki svoje domene poprima konstantnu vrijednost 1, izračunajte $d^2F(1, 2)$.
2. [20 bod.] Odredite sve točke na plohi $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 6z$ u kojima je tangencijalna ravnina paralelna sa osi OX i prolazi točkom $(3, 4, -4)$.
3. [20 bod.] Izračunajte krivuljni integral II.vrste

$$\int_C \left(\sqrt[3]{\frac{1}{x}} + \sqrt[3]{\frac{y^2}{x^3}} \right) dx + \left(\sqrt[3]{\frac{x^2}{y^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{y}} \right) dy,$$

gdje je C krivulja zadana parametarski

$$\begin{aligned}x = x(t) &= \frac{\sqrt{3}}{9} \cos^3 t \\y = y(t) &= \frac{\sqrt{3}}{9} \sin^3 t\end{aligned}$$

za $t \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4} \right]$.

4. [20 bod.] Koristeći trostruki integral izračunajte volumen tijela omeđenog plohami $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = x$ i ravninama $z = 0$ i $z = 2 - x$.
5. [20 bod.] Izračunajte

$$\iint_S xz^3 dS,$$

pri čemu je S dio plohe $x^2 + y^2 = 1$ za koju je $2 \leq z \leq 4$.