

Pismeni ispit iz Kompleksne analize i Matematičke analize 4
4.7.2006.

1. Riješiti jednadžbu u kompleksnim brojevima

$$z^3 = \bar{z}(i - 1).$$

2. Skicirati sliku područja $G = \{z \in \mathbf{C} : -1 < \operatorname{Re} z < 2 \text{ \& } -3 < \operatorname{Im} z < 1\}$ pri preslikavanju funkcijom $w(z) = e^z$. Napisati jednadžbe rubnih krivulja područja $w(G)$.

3. Razviti u Laurentov red oko točke $z_0 = 3$ funkciju

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)} + \operatorname{sh} z$$

u području D koje sadrži točku $z_1 = 0$. Skicirati D !

4. Izračunati

$$\int_{\Gamma} \operatorname{th} z \, dz$$

gdje je Γ dio luka pozitivno orijentirane krivulje $|z-4| = 8$ od točke $A(-4, 0)$, do točke $B(12, 0)$.

5. Naći $\mathcal{L}(f)$ i $\mathcal{L}^{-1}(G)$, ako su $f(t) = e^{-t}S(t-1)$ i $G(p) = e^{-p} \frac{p+4}{p^2+p}$.

6. Izračunati

$$\int_{\Gamma} x^2 \, dx,$$

gdje je Γ kao u 4. zadatku.

7. Odrediti analitičku funkciju f kojoj je realni dio dan s

$$u(x, y) = \operatorname{sh}(2-y) \cos x,$$

te izračunati $f''(1+2i)$.

Zabranjena je upotreba priručnika i računala.

Sve tvrdnje obrazložiti!

Važno: Studenti koji su kolegij slušali ove godine rješavaju prvih pet zadataka.