

**Pismeni ispit iz Kompleksne analize i Matematičke analize 4**

7. rujna 2006.

1. Odrediti sve kompleksne brojeve za koje vrijedi

$$\begin{aligned}\arg(z^6) &= \arg(-z^2) \\ \operatorname{Re}(z^3) &= 2.\end{aligned}$$

2. Razviti u Laurentov red oko točke  $z_0 = 0$  funkciju

$$f(z) = \frac{2z + 1}{z^2 + z - 2}$$

u području  $D$  koje sadrži točku  $z_1 = \frac{3}{2}$ . Skicirati  $D$ !

3. Skicirati sliku područja  $G = \{1 < |z| < 2\}$  pri preslikavanju funkcijom  $S(z) = \frac{2}{z-1}$ .

4. Izračunati

$$\int_{\Gamma} \frac{z \operatorname{tg}(\pi z)}{z-1} dz,$$

gdje je  $\Gamma$  pozitivno orjentirana kružnica  $|z| = 2$ .

5. Naći  $\mathcal{L}(f)$  i  $\mathcal{L}^{-1}(G)$ , ako su  $f(t) = (t-1)^3 e^{-5t} S(t-1)$  i  $G(p) = \frac{3p}{(p^2+9)^2}$ .

6. Odrediti sve analitičke funkcije  $f$  kojima je imaginarni dio dan s

$$v(x, y) = \operatorname{sh}(2-y) \cos x,$$

te izračunati  $f''(\pi)$ .

7. Izračunati duljinu krivulje parametrizirane s

$$\begin{aligned}x &= t \sin t + \cos t \\ y &= t \cos t - \sin t \\ z &= t,\end{aligned}$$

za  $t \in [0, \pi]$ .

**Zabranjena je upotreba priručnika i računala.**

**Sve tvrdnje obrazložiti!**

**Važno: Studenti koji su kolegij slušali ove godine rješavaju prvih pet zadataka, dok ostali studenti rješavaju zadatke 2,4,5,6,7.**