

Pismeni ispit iz Kompleksne analize i Matematičke analize 4
16. lipnja 2006.

1. Odrediti analitičku funkciju f kojoj je imaginarni dio dan s

$$v(x, y) = \operatorname{ch} x \sin y - xy,$$

te za koju vrijedi $f(0) = 0$.

2. Razviti u Laurentov red oko točke $z_0 = 0$ funkciju

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-3)}$$

u području $D = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 3\}$.

3. Skicirati sliku područja $G = \{|x| + |y| < 1, y > 0\}$ pri preslikavanju funkcijom $S(z) = \frac{z+i}{z-i}$.

4. Izračunati

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos x}{x^2 + 1} dx.$$

5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu

$$y'' + 2y' + 5y = 3e^{-t} \sin t$$

uz početne uvjete $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.

6. Naći duljinu dijela grafa funkcije $f(x) = x^2$ od točke $(0, 0)$ do točke $(2, 4)$.

7. Izračunati

$$\oint_{|z-1|=3} \frac{dz}{z \sin z}.$$

Zabranjena je upotreba priručnika i računala.

Sve tvrdnje obrazložiti!

Važno: Studenti koji su kolegij slušali ove godine rješavaju prvih pet zadataka.