

**Pismeni ispit iz Kompleksne analize i Matematičke analize 4**  
16. lipnja 2006.

1. Odrediti analitičku funkciju  $f$  kojoj je imaginarni dio dan s

$$v(x, y) = 3x^2y - y^3 + y,$$

te za koju vrijedi  $f(1) = 2$ . Izračunati  $f'(i)$ .

2. Skicirati sliku područja  $G = \{|x| + |y| < 2, x > 0\}$  pri preslikavanju funkcijom  $S(z) = \frac{z+i}{z-2}$ .

3. Razviti u Laurentov red oko točke  $z_0 = 2$  funkciju

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)} + \sin z,$$

tako da područje konvergencije  $D$  sadrži točku 5. Skicirati  $D$ !

4. Izračunati

$$\oint_{|z-1|=3} \left( \bar{z} + \frac{1}{z(z-1)^2} \right) dz.$$

5. Naći  $\mathcal{L}(f)$  i  $\mathcal{L}^{-1}(G)$ , ako su  $f(t) = e^{-3t}S(t-2)$  i  $G(p) = e^{-p} \frac{p+2}{p^2+p}$ .

6. Naći duljinu dijela grafa funkcije  $f(x) = \operatorname{ch}x$  od točke  $(0, 1)$  do točke  $(2, \operatorname{ch}2)$ .

7. Izračunati

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+2)} dx.$$

**Zabranjena je upotreba priručnika i računala.**

**Sve tvrdnje obrazložiti!**

**Važno: Studenti koji su kolegij slušali ove godine rješavaju prvih pet zadataka, dok ostali studenti rješavaju zadatke 1,3,4,6,7.**