

PRVI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 1 - A grupaZadatak 1.

Neka je \mathcal{P} vektorski prostor polinoma nad \mathbb{R} .

- (a) [10 bodova] Provjerite da li je skup $\{u, v, w\}$ linearno nezavisan ako je

$$u(t) = t^2 + 4t - 1,$$

$$v(t) = 2t^2 + 2t + 1,$$

$$w(t) = -4t^2 + 2t.$$

- (b) [10 bodova] Odredite k tako da je $z(t) = kt^2 + 2t + 4$ linearna kombinacija od $u(t)$ i $v(t)$.
(c) [10 bodova] Odredite uvjete na a, b i c tako da je $z(t) = at^2 + bt + c$ linearna kombinacija od $u(t)$ i $v(t)$.

Zadatak 2.

Neka je

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 = x_3 - x_2 = x_4 + 2x_3 - x_2\}.$$

- (a) [10 bodova] Dokažite da je W vektorski prostor, te da je $W \leq \mathbb{R}^4$.
(b) [10 bodova] Nađite jednu bazu potprostora W i odredite mu dimenziju.
(c) [10 bodova] Odredite jedan direktan komplement potprostoru W .

Zadatak 3. [40 bodova]

U prostoru \mathcal{M}_2 zadani su potprostori:

$$L = \left\{ \left[\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{array} \right] \right\},$$

$$M = \left\{ \left[\begin{array}{cc} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{array} \right] \right\}.$$

Odredite baze i dimenzije potprostora $L, M, L \cap M$ i $L + M$.

PRVI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 1 - B grupaZadatak 1.

Neka je \mathcal{P} vektorski prostor polinoma nad \mathbb{R} .

- (a) [10 bodova] Provjerite da li je skup $\{u, v, w\}$ linearno nezavisan ako je

$$u(t) = 2 + 6t + t^2,$$

$$v(t) = 3 + t + 2t^2,$$

$$w(t) = 2 - 2t + 2t^2.$$

- (b) [10 bodova] Odredite k tako da je $z(t) = 1 + kt + 2t^2$ linearna kombinacija od $u(t)$ i $v(t)$.
(c) [10 bodova] Odredite uvjete na a, b i c tako da je $z(t) = a + bt + ct^2$ linearna kombinacija od $u(t)$ i $v(t)$.

Zadatak 2.

Neka je

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_4 = x_2 - x_3 = x_1 + 2x_2 - x_3\}.$$

- (a) [10 bodova] Dokažite da je W vektorski prostor, te da je $W \leq \mathbb{R}^4$.
(b) [10 bodova] Nađite jednu bazu potprostora W i odredite mu dimenziju.
(c) [10 bodova] Odredite jedan direktan komplement potprostoru W .

Zadatak 3. [40 bodova]

U prostoru \mathcal{M}_2 zadani su potprostori:

$$L = \left[\left\{ \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right\} \right],$$

$$M = \left[\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \right\} \right].$$

Odredite baze i dimenzije potprostora $L, M, L \cap M$ i $L + M$.