

Prvi kolokvij iz Linearne algebre

- 1.) [20 bodova] Ispitajte linearnost operatora $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ zadanog svojim djelovanjem na komponente vektora $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ tako da je $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_3, 2x_1 + x_2 + x_3, x_1 + x_2 + x_3)$.
Odredite matricu operatora A u bazi $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.
- 2.) [20 bodova] Točke A, B, C, D redom su vrhovi romba kojemu je duljina stranice 3 cm. Kut $\angle BAD$ jednak je 120° . Koliko iznosi $\vec{AB} \cdot \vec{AD} + \vec{AB} \cdot \vec{BC}$?
- 3.) [20 bodova] Gauss–Jordanovom metodom eliminacije riješite sustav jednadžbi

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 2 \\ -1x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= -1 \end{aligned} \tag{1}$$

- 4.) [20 bodova] U ovisnosti o parametru a , odredite inverz matrice $A = \begin{bmatrix} a & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$.
- 5.) [20 bodova] Primjenom elementarnih matrica riješite sustav (1).