Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku

10. lipnja 2010.

Drugi kolokvij iz Linearne algebre

1.) Ispitajte jesu li sljedeći podskupovi od $\mathbb{R}^n$ potprostor tog prostora, te ako se radi o potprostoru odredite jednu bazu i dimenziju tog prostora:

(a) [10 bodova] $A = \{(a_2 - 1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in \mathbb{R}\}$,

(b) [10 bodova] $B = \left\{ \left(a_1, \dfrac{a_1 + a_3}{2}, a_3, \ldots, a_n \right) \;\middle|\; a_i \in \mathbb{R} \right\}$.

2.) [20 bodova] Za operator $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ zadan matricom $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$ odredite $\mathcal{N}(\mathcal{A})$, $\mathcal{R}(\mathcal{A})$, $\mathcal{M}(\mathcal{A})$ i $\mathcal{S}(\mathcal{A})$, te skicirajte dobivene potprostore u ravnini.

3.) [20 bodova] Cramerovim pravilom riješite sustav jednadžbi

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ -2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \\ -1x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & = & -1 \end{array}.$$

4.) [20 bodova] Odredite rang matrice $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$.

5.) [20 bodova] Gram-Schmidtovim postupkom ortogonalizirajte skup vektora $\vec{a}_1 = (1,1,1)$, $\vec{a}_2 = (1,2,3)$ i $\vec{a}_3 = (2,1,6)$.