

Drugi kolokvij iz Linearne algebre

1. [15 bod.] Neka je na \mathbb{R}^2 zadana operacija

$$(a, b) * (c, d) = \left((a^3 + c^3)^{\frac{1}{3}}, bd \right).$$

Ispitajte je li $(\mathbb{R}^2, *)$ komutativna grupa.

2. [15 bod.] U vektorskom prostoru \mathbb{R}^4 zadan je skup

$$L = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 + x_2 - x_3 = 0, -x_1 + 2x_2 + x_4 = 0\}.$$

Provjerite je li L potprostor.

3. [25 bod.] Za operator $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ zadan matricom $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ odredite $\mathcal{N}(A)$, $\mathcal{R}(A)$, $\mathcal{M}(A)$ i $\mathcal{S}(A)$, te skicirajte u ravnini u parovima ortogonalne potprostore.

4. [20 bod.] Izračunajte rang matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -4 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

5. [25 bod.] U ovisnosti o parametru a ispitajte linearnu ovisnost stupaca matrice

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & a & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$