Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
27. lipnja 2006.

Pismeni ispit iz Linearne algebre I

Zadatak 1 [40 bodova] *Ispitajte linearnost operatora* $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *koji je zadan svojim djelovanjem na komponente vektora* $\vec{x} \in \mathbb{R}^3, \vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ *tako da je* $A(x_1, x_2, x_3) = (x_2 - x_3, -x_1 - 2x_2 + 4x_3, x_1 + x_2 - 2x_3)$. *Odredite matricu operatora* A *u bazi* (e_1, e_2, e_3). *Izračunajte i njen inverz* A^{-1}!

Zadatak 2 [40 bodova] *Dan je kvadrat ABCD. Točka M polovište je stranice* $\overline{AB}$, *a točka N stranice* $\overline{AB}$. *Kolika je duljina stranice kvadrata ako je* $\langle \overline{AN} | \overline{CM} \rangle = -9$?

Zadatak 3 [40 bodova] *U ovisnosti o parametru a, oderedite inverz matrice* $A = \begin{bmatrix} a & -2 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$.

Zadatak 4 [40 bodova] *Pomoću ranga analizirajte broj rješenja sustava*

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & = & 9 \\ x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ -2x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & = & -4 \end{array}$$

Ukoliko rješenje postoji, odredite ga Gauss-Jordanovom metodom!

Zadatak 5a [20 bodova] *Za operator* $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *zadan matricom* $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$ *odredite i u istom koordinatnom sustavu skicirajte* $\mathcal{N}(A)$ *i* $\mathcal{R}(A)$, *te* $\mathcal{S}(A)$ *i* $\mathcal{M}(A)$.

Zadatak 5b [20 bodova] *Gramm - Schmidtovim postupkom ortogonalizacije pretvorite bazu*

$$\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

u ortonormiranu bazu.