Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku

21. prosinca 2007.

2. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. Dopuniti sljedeće tvrdnje:

   a) **[10 bodova]** Neka funkcija $z = f(x, y)$ ima definirane f'_x, ____, ____ i f''_{yx} u nekoj okolini točke $T_0 = (x_0, y_0)$. Neka su f''_{xy} i ____ ______________ u točki T_0. Tada ______________ = ______________.

   b) **[5 bodova]** Za funkciju $f : \Omega \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ kažemo da je klase C^p $(p = 2, 3, \ldots)$ na otvorenom skupu Ω ako sve ______________ derivacije _____ _______ funkcije f postoje na Ω i ako su one ______________ funkcije na Ω.

2. Izračunati $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \dfrac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}$ ako je

   a) **[15 bodova]** $f(x, y) = \dfrac{x^2 - y^2}{2xy}$

   b) **[15 bodova]** $f(x, y) = \ln(x^3 + e^{3y^2})$

3. a) **[15 bodova]** Izračunati $d^2 f(2, 1)$ ako je $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + y^2}$.

   b) **[10 bodova]** Razviti funkciju $f(x_0 + h, y_0 + k)$ po potencijama od h i k ako je $f(x, y) = 3x^2 - 2y^2$ i $(x_0, y_0) = (1, -1)$.

4. Neka je $z = f(x, y)$ definirana na nekom području $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ i $T_0 = (x_0, y_0) \in \Omega$. Dopuniti sljedeće tvrdnje:

   a) **[5 bodova]** Ako postoji okolina ____ $\subseteq \Omega$ od točke T_0 takva da _________ $\in O$ vrijedi

   $$f(T) - f(\_\_\_)\,\_\_\_\,0$$

   onda se točka ____ zove točka strogog lokalnog maksimuma funkcije f.

   b) **[5 bodova]** Ako postoji okolina $O \subseteq$ ____ od točke ______ takva da _________ $\in O$ vrijedi

   $$f(\_\_\_) - f(T_0) \geq 0$$

   onda se točka ____ zove točka lokalnog _________ funkcije f.

   c) **[5 bodova]** Napisati dovoljan uvjet za postojanje lokalnog minimuma i lokalnog maksimuma funkcije f u točki T_0.

5. **[15 bodova]** Odrediti ekstreme funkcije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirane sa $f(x, y) = 6 - 4x - 4y$ pod uvjetom da varijable x i y zadovoljavaju jednadžbu $x^2 + y^2 = 2$.