

Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku

22. prosinca 2010.

2. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. [10 bodova] Neka je Ω područje u \mathbb{R}^2 , $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ zadana funkcija i $P_0 = (x_0, y_0) \in \Omega$. Kada funkcija f ima parcijalnu derivaciju po x u točki P_0 ?

2. [15 bodova] Neka je $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $u(x, y) = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Izračunajte

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

3. [10 bodova] Napišite Schwartzov teorem.

4. [10 bodova] Neka je $z : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $z(x, y) = \cos(x + y)$, gdje je $x = \frac{u}{u^2 + v^2}$, $y = -\frac{v}{u^2 + v^2}$. Odredite $\frac{\partial z}{\partial u}$ i $\frac{\partial z}{\partial v}$.

5. [15 bodova] Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $3xyz - z^3 = a^3$ u točki $T(x, y, z)$ za koju je $x = 0, y = a$.

6. [20 bodova] Neka je $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $f(x, y) = \ln \sin x^2 y^2 + e^{xy}$. Odradite $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

7. [20 bodova] Odredite lokalne ekstreme funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definirane s $f(x, y) = \frac{x - y + 1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$.