Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku

23. studenoga 2007.

1. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. Neka je $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n, f : \Omega \to \mathbb{R}$.

a)[**5 bodova**] Definirati sliku funkcije f. b)[**5 bodova**] Definirati graf funkcije f.

c)[**10 bodova**] Odrediti i skicirati prirodno područje definicije funkcije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirane s $f(x) = \ln(x^2 - 4x - 5 + y^2)$.

2. a)[**10 bodova**] Dopuniti sljedeću defeniciju:

Neka je $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$. Za funkciju $f : \Omega \to \mathbb{R}$ kažemo da je neprekidna u točki $T_o \in \Omega$ ako _______ $\epsilon > 0$ postoji _______ tako da _______ ako je $d(T, T_o) < \delta$ onda je _______________.

b)[**10 bodova**] Pokazati da je funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dana sa $f(x, y) = y$ neprekidna funkcija na $\mathbb{R}^2$.

3. a)[**10 bodova**] Dopuniti sljedeću tvrdnju:

Neka je $D \subseteq \mathbb{R}^n$ _______ skup, $T_o \in D'$, $f : D \to \mathbb{R}$ funkcija. Za _______ broj l kažemo da je limes funkcije f u točki T_o ako _______ postoji δ _____ tako da $\forall T$ ako je ___________ onda je $|f(T) - l| < \epsilon$.

b)[**10 bodova**] Pomoću nizova pokazati da funkcija $f : \mathbb{R}^2 \backslash \{0, 0\} \to \mathbb{R}$ definirana s $f(x, y) = \frac{x^2 - 2y^2}{3x^2 + y^2}$ nije neprekidna u $T_o = (0, 0)$.

4. a)[**5 bodova**] Definirati parcijalnu derivaciju funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ u točki $(x_0, y_0) \in D$ po prvoj varijabli.

b)[**5 bodova**] Definirati parcijalnu derivaciju funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ u točki $(x_0, y_0) \in D$ po drugoj varijabli.

c)[**10 bodova**] Odrediti parcijalne derivacije funkcije $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definirane s $f(x, y, z) = \cos(e^{2xy^2z})$ po svim varijablama.

5. a)[**10 bodova**] Dopuniti sljedeću tvrdnju:

Ako su _____________________ funkcije $f : \Omega \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ _______ u okolini točke $T_o = (x_o, y_o) \in \Omega$ i ako su one _____________ onda je f diferencijabilna u točki $T_o \in \Omega$.

b)[**5 bodova**] Odrediti diferencijal funkcije $f(x, y) = \sin(x + y^2)$ u proizvoljnoj točki (x, y).

c)[**5 bodova**] Izračunati $\frac{dz}{dt}$ ako je $z(x, y) = \frac{x}{y}, x = e^{2t}, y = \ln t$.