Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku

21. studenoga 2008.

1. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. [**15 bodova**] Odredite i skicirajte prirodno područje definicije funkcije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirane s $f(x,y) = \dfrac{\ln(x^2 - 4x - 5 + y^2)}{\sqrt{-x^2 + 6x - y^2 + 7}}$.

2. [**10 bodova**] Što je nivo krivulja funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

3. [**10 bodova**] Odredite nivo krivulje funkcije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirane s $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5}$.

4. [**10 bodova**] Dopunite sljedeću defeniciju:

   Neka je Ω područje u $\mathbb{R}^n$. Kažemo da je $f : \Omega \to \mathbb{R}$ neprekidna u točki $P_0 \in \Omega$, ako za svaki ______ postoji $\delta > 0$ tako da ______ $< \delta \;\Rightarrow\; |f(P) - f(P_0)| < \varepsilon$.

5. [**15 bodova**] Primjenom definicije neprekidnosti pokažite da je funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirana s $f(x,y) = 2x + 3y$ neprekidna u svakoj točki iz $\mathbb{R}^2$.

6. [**15 bodova**] Dopunite sljedeću defeniciju:

   Neka je Ω područje u $\mathbb{R}^2$, neka je $f : \Omega \to \mathbb{R}$ zadana funkcija i neka je $P_0 = (x_0, y_0) \in \Omega$. Kažemo da funkcija f ima parcijalnu derivaciju po x onda točki P_0, ako postoji

   $$\lim_{x \to x_0} \underline{\hspace{6cm}}.$$

7. [**10 bodova**] Dopunite sljedeću tvrdnju:

   Preslikavanje $f : \mathbb{R}^2 \to R$ je neprekidno u točki $P_0 \in \mathbb{R}^2$ ako i samo ako f ima __________ u ______ koji je jednak $f(P_0)$.

8. [**15 bodova**] Pokažite da funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirana s

   $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2y^2 - 3x - y}{x^2 + y} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   nije neprekidna u $(0,0)$.