

1. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. [15 bodova] Odredite i skicirajte prirodno područje definicije funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definirane s $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + y^2 - 2y + 1}}$.
2. [15 bodova] Što je nivo krivulja funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Za proizvoljnu funkciju $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ odredite nivo krivulje.
3. [15 bodova] Dopunite sljedeću definiciju:
Neka je Ω područje u \mathbb{R}^2 . Kažemo da je $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki _____, ako za svaki $\varepsilon > 0$ postoji _____ tako da $\forall P \in \Omega$ ako je $d(P, P_0) < \delta$ onda je _____.
4. [15 bodova] Primjenom definicije neprekidnosti pokažite da je funkcija $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $f(x, y) = 3x + y$ neprekidna u svakoj točki iz \mathbb{R}^2 .
5. [10 bodova] Dopunite sljedeću tvrdnju:
Preslikavanje $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je neprekidno u točki $P_0 \in \mathbb{R}^2$ ako i samo ako f ima _____ u _____ koji je jednak $f(P_0)$.
6. [15 bodova] Dopunite kriterij za ispitivanje neprekidnosti:
Ako su (P_n) i (Q_n) nizovi takvi da _____ $\rightarrow P_0$ i $Q_n \rightarrow$ _____. Tada za slučaj da _____ ili $\lim_{n \rightarrow \infty} f(Q_n)$ ne postoji, ili i $\lim_{n \rightarrow \infty} f(P_n)$ i $\lim_{n \rightarrow \infty} f(Q_n)$ postoje ali _____, funkcija f _____ u točki P_0 .
7. [15 bodova] Pokažite da funkcija $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - x - 2y}{x + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nije neprekidna u $(0, 0)$.