Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku
11. studenoga 2010.

1. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. [**20 bodova**] Odredite i skicirajte prirodno područje definicije funkcije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirane s $f(x,y) = \dfrac{\log(x^2 - 4x + y^2 - 5)}{\sqrt{x^2 - 2x + y^2 - 4y + 1}}$.

2. [**20 bodova**] Što je nivo krivulja funkcije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Za proizvoljnu funkciju $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ odredite nivo krivulje.

3. [**20 bodova**] Neka je $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$. Definirajte neprekidnost funkcije $f : \Omega \to \mathbb{R}$ u točki $P_0 \in \Omega$. Navedite primjer funkcije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ koja je neprekidna u svakoj točki iz $\mathbb{R}^2$. Dokažite to!

4. [**20 bodova**] a) Neka je $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$. Definirajte limes funkcije $f : \Omega \to \mathbb{R}$ u točki $P_0 \in \Omega$.

   b) Napišite teorem koji govori o vezi između neprekidnosti funkcije i limesa funkcije u točki P_0.

5. [**20 bodova**] Može li se funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \frac{1}{\ln(x^2 + y^2)}$$

   dodefinirati, tako da bude neprekidna u $(0,0)$.