

Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku

27. studenoga 2006.

### 1. kontrolna zadaća iz Matematike III

**Zadatak 1** [20 bodova] *Odredite i skicirajte prirodno područje definicije funkcije  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definirane s  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x-\sqrt{y}}}{\ln(4-x^2-y^2)}$ .*

**Zadatak 2** [20 bodova] *Definirajte neprekidnost funkcije  $f : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  u točki  $P_0 \in \Omega$ . Pokažite da je funkcija  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definirana s  $f(x, y) = \frac{x^3 y^3}{x^2 + y^2}$  neprekidna u točki  $(0, 0)$ .*

**Zadatak 3** [20 bodova] *Definirajte parcijalnu derivaciju  $f : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  po  $j$ -toj varijabli u točki  $P_0 \in \Omega$ . Za funkciju  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definiranu s  $f(x, y, z) = xyz e^{\cos(\pi x^2 y^3 z)}$  odredite parcijalne derivacije po svim varijablama.*

**Zadatak 4** [20 bodova] *Izračunajte  $\frac{du}{dt}$ , ako je  $u = \ln \sin \frac{x}{\sqrt{y}}$ ,  $x = 3t^2$ ,  $y = \sqrt{t^2 + 1}$ .*

**Zadatak 5** [20 bodova] *Kada kažemo da je funkcija  $f : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  klase  $C^2$  na  $\Omega$ . Iskažite Schwartzov teorem, te provjerite vrijedi li on za funkciju  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definiranu s  $f(x, y) = 3x^3 + 8x^2\sqrt{y} - 2y^3 \ln x$ .*