Odjel za fiziku, Sveučilište u Osijeku

31. siječnja 2008.

3. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. a) **[15 bodova]** Dopuniti sljedeću definiciju:

   Neka je $I = [a, b] \times [c, d]$, $n, m \in \mathbb{N}$. Neka je $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = d$ ____________ segmenta $[a, b]$, a $c = y_0 < y_1 < \cdots < y_m = d$ subdivizija ____________________.
   Neka je $I_{ij} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]$, supremum M_{ij} definiramo sa $M_{ij} =$ ____$\{f(x, y) : (x, y) \in$ ____$\}$, a infimum $m_{ij} = inf\{f(x, y) :$ ____ $\in I_{ij}\}$. Broj ____________________ zove se gornja Darbouxova suma, a broj $s = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} m_{ij}(x_i - x_{i-1})(y_j - y_{j-1})$ zove se ____________________.

   b) **[15 bodova]** Riješiti dvostruki integral $\int_{-2}^{2} \int_{y^2-2}^{5} (2x + 3y)\, dx$

2. a) **[10 bodova]** Dopuniti sljedeći teorem srednje vrijednosti:

   Neka je f neprekidna funkcija i integrabilna na zatvorenom ograničenom području ____. Tada postoji ___ $\in \Omega$ tako da je

   $$\int\int_{\_\_\_} f(x, y)\, dx\, dy = f(P_0)\_\_\_\_,$$

   gdje je $\mu(\Omega)$ __________ područja Ω.

   b) **[10 bodova]** Koristeći polarne koordinate izračunati površinu kruga polumjera $r = 4cm$.

3. a) **[10 bodova]** Dopuniti sljedeći teorem:

   Neka je $\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{\imath} + y(t)\,\vec{\jmath} + z(t)\,\vec{k}$ dana vektorska funkcija. Tada je $\vec{r}\,'(t) =$ ____________________

   b) **[15 bodova]** Izračunati duljinu prvog zavoja helikoide zadane parametarski

   $x(t) = 2\,t\,\cos t,\;\; y(t) = 2\,t\,\sin t,\;\; z(t) = 2\,t,\; t \in [0, 2\pi]$.

4. a) **[10 bodova]** Dopuniti sljedeću definiciju:

   Neka je Ω područje u R^3. Funkciju $f : \Omega \to R$ zovemo __________ poljem. Neka je Ω područje u R^3. Funkciju $\vec{a} : \Omega \to X_O(E)(\cong R^3)$ zovemo __________ poljem.

   b) **[15 bodova]** Neka je zadano vektorsko polje $\vec{r}(t) = \cos 2\,t\,\vec{\imath} + \sin 2\,t\,\vec{\jmath} + 3\,\vec{k}$. Izračunati rotaciju vektorskog polja brzine $\vec{v}(t)$ $(\vec{v}(t) = \vec{r}\,'(t))$.