

3. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. Riješite integrale

a)[5 bod.] $\int_{-1}^2 \int_0^3 (3x^2 + 2y^3) dx dy$

b)[10 bod.] $\int_{-1}^1 \int_{y^2}^2 (2x + 5y) dx dy$.

2. [10 bod.] Neka je $r = f(\varphi)$, $\varphi \in \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$ krivulja zadana u polarnom koordinatnom sustavu.

Broj $P = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r^2 d\varphi$ predstavlja _____.

3. [15 bod.] Koristeći polarne koordinate izračunajte $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy$ gdje je područje D gornji polukrug polumjera a sa središtem u ishodištu koordinatnog sustava.

4. [10 bod.] Opišite cilindrični koordinatni sustav u prostoru i napišite formulu za integriranje u tom koordinatnom sustavu.

5. [10 bod.] Neka je Γ dana krivulja u prostoru zadana parametrizacijom $r : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ gdje je $r(t) = (x(t), y(t))$, $t \in \langle a, b \rangle$. Krivuljni integral 1. vrste računa se pomoću formule

$$\int_{\Gamma} f(x, y) ds = \underline{\hspace{10cm}}.$$

6. [15 bod.] Izračunajte $\int_{\Gamma} \frac{y}{2x+3} ds$ ako je Γ zadana parametrizacijom $r : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $r(t) = (3t - 1, 4t)$.

7. [10 bod.] Neka je ploha Σ zadana (eksplicitno) jednadžbom $z = f(x, y)$ na zatvorenom području Ω i neka je na njoj definirana funkcija $h(x, y)$. Plošni integral 1. vrste računamo pomoću formule

$$\iint_{\Sigma} h(x, y, z) dS = \iint_{\Omega} \underline{\hspace{10cm}} dx dy.$$

8. [15 bod.] Zadan je vektor

$$\vec{a} = (y^3 \sin 2x + 2 \cos z)\vec{i} + (\cos x - 2 \sin^2 y + z^3)\vec{j} + (x^3 + \sin^2 z)\vec{k}.$$

Odredite $\operatorname{div} \vec{a}$ i $\operatorname{rot} \vec{a}$.

3. kontrolna zadaća iz Matematike III

1. Riješite integrale

a)[5 bod.] $\int_{-1}^2 \int_0^3 (3x^2 + 2y^3) dx dy$

b)[10 bod.] $\int_{-1}^1 \int_{y^2}^2 (2x + 5y) dx dy$.

2. [10 bod.] Neka je $r = f(\varphi)$, $\varphi \in \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$ krivulja zadana u polarnom koordinatnom sustavu.

Broj $P = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r^2 d\varphi$ predstavlja _____.

3. [15 bod.] Koristeći polarne koordinate izračunajte $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy$ gdje je područje D gornji polukrug polumjera a sa središtem u ishodištu koordinatnog sustava.

4. [10 bod.] Opišite cilindrični koordinatni sustav u prostoru i napišite formulu za integriranje u tom koordinatnom sustavu.

5. [10 bod.] Neka je Γ dana krivulja u prostoru zadana parametrizacijom $r : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ gdje je $r(t) = (x(t), y(t))$, $t \in \langle a, b \rangle$. Krivuljni integral 1. vrste računa se pomoću formule

$$\int_{\Gamma} f(x, y) ds = \underline{\hspace{10cm}}.$$

6. [15 bod.] Izračunajte $\int_{\Gamma} \frac{y}{2x+3} ds$ ako je Γ zadana parametrizacijom $r : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $r(t) = (3t - 1, 4t)$.

7. [10 bod.] Neka je ploha Σ zadana (eksplicitno) jednadžbom $z = f(x, y)$ na zatvorenom području Ω i neka je na njoj definirana funkcija $h(x, y)$. Plošni integral 1. vrste računamo pomoću formule

$$\iint_{\Sigma} h(x, y, z) dS = \iint_{\Omega} \underline{\hspace{10cm}} dx dy.$$

8. [15 bod.] Zadan je vektor

$$\vec{a} = (y^3 \sin 2x + 2 \cos z)\vec{i} + (\cos x - 2 \sin^2 y + z^3)\vec{j} + (x^3 + \sin^2 z)\vec{k}.$$

Odredite $\operatorname{div} \vec{a}$ i $\operatorname{rot} \vec{a}$.