

3. kontrolna zadaća iz Matematike III

Zadatak 1 [5 bodova] Definirajte krivuljni integral prve vrste funkcije $f : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$, duž Γ .

Zadatak 2 [15 bodova] Izračunajte $\int_{\Gamma} \sqrt{x^2 + y^2}$ gdje je Γ zadana parametrizacijom $r : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $r(t) = (a \cos t, a \sin t)$, $a > 0$.

Zadatak 3 [10 bodova] Nađite duljinu luka kardioide dane jednadžbom $r = a(1 + \cos \phi)$, $a > 0$, $\phi \in [0, 2\pi]$.

Zadatak 4 [5 bodova] Definirajte krivuljni integral druge vrste funkcije $f : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$, duž Γ .

Zadatak 5 [20 bodova] Izračunajte krivuljni integral $\int_{\Gamma} xy dx + xy dy$ gdje je Γ gornja polovina elipse dane jednadžbom $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, koja se prelazi u smjeru gibanja kazaljke na satu.

Zadatak 6 [10 bodova] Neka je $F(x, y, z) = (y^x, xe^{\cos(yz)}, ye^{xy+z})$. Postoji li funkcija f takva da je $F = \text{grad } f$? Ako postoji nađite ju!

Zadatak 7 [5 bodova] Iskažite Greenov teorem!

Zadatak 8 [10 bodova] Definirajte divergenciju i rotaciju vektorskog polja $\vec{a} : \Omega \rightarrow X(E)$!

Zadatak 9 [10 bodova] Izračunajte površinu unutar elipse dane jednadžbom $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, $t \in [0, 2\pi]$.

Zadatak 10 [10 bodova] Neka je $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ radij vektor točke $P(x, y, z)$ i $r = \|\vec{r}\|$. Izračunajte $\text{div} \left(\frac{\vec{r}r^2}{xyz} \right)$.