

2. kolokvij iz kolegija
Statistika
15.06.2010.

1. Izvedite formulu za pouzdani interval očekivanja normalne distribucije uz nepoznatu varijancu. Navedite teorem o distribuciji statistike koju pri tome koristite i dokažite ga. Pri tome možete iskoristiti rezultate o distribuciji nazivnika te nezavisnosti distribucija brojnika i nazivnika statistike koju koristite bez dokaza, samo ih navedite.
2. Kada kažemo da familija funkcija vjerodostojnosti ima monotoni kvocijent vjerodostojnosti u nekoj statistici? Kako to možemo iskoristiti u testiranju statističkih hipoteza?
3. [15 bod.] Za određivanje toksične doze otrova izveden je sljedeći eksperiment: 30 miševa je primilo dozu otrova i 8 ih je uginulo. Pretpostavljajući da broj uginuća ima binomnu distribuciju, nađite 95% interval povjerenja za nepoznatu vjerojatnost da je dana doza smrtonosna.
4. (a) [10 bod.] Neka je (X_1, \dots, X_n) jednostavan slučajni uzorak iz Poissonove distribucije s parametrom λ , $\lambda > 0$. Metodom maksimalne vjerodostojnosti nađite procjenitelja nepoznatog parametra λ .
(b) [15 bod.] Godine 2009., u Donjem Miholjcu, broj poziva za hitnu ljekarsku intervenciju bio je raspoređen po tjednima:

| | | | | | |
|--------------|---|----|----|----|---|
| broj poziva | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| broj tjedana | 6 | 10 | 20 | 10 | 6 |

S nivoom značajnosti $\alpha = 0.01$ testirajte hipotezu da broj zabilježenih poziva ima Poissonovu distribuciju.

5. [20 bod.] Proizvođač tvrdi da je određena dimenzija nekog serijski rađenog proizvoda 35mm. Mjerenjem 20 slučajno odabranih proizvoda dobiveni su sljedeći rezultati:

| | | | | | |
|---------------------|------|------|----|------|------|
| dimenzija proizvoda | 34.8 | 34.9 | 35 | 35.1 | 35.3 |
| broj proizvoda | 2 | 3 | 4 | 6 | 5 |

Na nivou značajnosti $\alpha = 0.05$ testirajte hipotezu $H_0(\mu = 35)$, nasuprot hipoteze $H_1(\mu \neq 35)$, pri čemu se pretpostavlja da je promatrana dimenzija zapravo slučajna varijabla normalne distribucije $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, pri čemu je σ^2 nepoznato.

6. [20 bod.] Među učenicima srednjih škola diljem Hrvatske, na slučajan je način odabrano 200 ispitanika koji su trebali dati svoje mišljenje o tome kako su riješili ispit iz matematike na nedavno provedenoj "Državnoj maturi". Odgovori su dani sljedećom tablicom:

| | Ekonomisti | Gimnazijalci | Strojarski tehničari | Ukupno |
|-------------|------------|--------------|----------------------|--------|
| izvrsno | 10 | 40 | 10 | 60 |
| dobro | 30 | 30 | 20 | 80 |
| ne naručito | 10 | 30 | 20 | 60 |
| Ukupno | 50 | 100 | 50 | 200 |

Na nivou značajnosti $\alpha = 0.05$ ispitajte da li odgovori učenika ovise o tome iz koje škole učenik dolazi.