

**STATISTIKA**

ISPITNI ROK 05.09.2011.

**ZADATAK 1: [10+15=25 bodova]**

Neka je  $(X_1, \dots, X_n)$  jednostavan slučajni uzorak iz Poissonove razdiobe s parametrom  $\theta$ .

- (a) Nađite nepristran procjenitelj  $S$  u funkciji od  $X_1$  za  $g(\theta) = \theta e^{-\theta}$ . Nađite dovoljnu statistiku za  $\theta$ .
- (b) Popravite  $S$  koristeći teorem Rao-Blackwell.

**ZADATAK 2: [7+13=20 bodova]**

Neka je  $(X_1, \dots, X_n)$  jednostavan slučajni uzorak iz Poissonove razdiobe s parametrom  $\lambda > 0$ . Za procjenu parametra  $\lambda$  predložena su dva procjenitelja

$$\hat{\lambda}_1 = nX_1 - (X_2 + X_3 + \dots + X_n),$$
$$\hat{\lambda}_2 = (n-1) \frac{X_1 + X_2}{2} - (X_3 + X_4 + \dots + X_n).$$

- (a) Provjerite nepristranost predloženih procjenitelja.
- (b) Koji je od predloženih procjenitelja efikasniji?

**ZADATAK 3: [6+5+5+9=25 bodova]**

U R bazi podataka `iris` u stupcu `Sepal.Width` nalaze se podaci o izmjenjenim širinama latica cvijeta `iris`.

- (a) Nacrtajte boxplot, histogram, QQ-plot za normalnu distribuciju, te graf uzoračke funkcije gustoće usporedno s grafom gustoće normalne distribucije čije parametre trebate procijeniti. Komentirajte možemo li na osnovu svake od tih slika naslutiti da je obilježje normalno distribuirano. Potvrdite to odgovarajućim testom. Ukazuje li boxplot na postojanje stršućih vrijednosti?
- (b) Nađite 98% interval pouzdanosti za očekivanu širinu laticice. Možemo li na nivou značajnosti 0.05 tvrditi da je širina manja od 3.5?
- (c) Nađite jednostrani pouzdani interval za varijancu (95%). Testirajte je li varijanca veća od 0.1 na razini značajnosti 0.05.
- (d) U stupcu `Species` baze `iris` nalaze se nazivi vrste cvijeta `iris` "`setosa`", "`versicolor`" i "`virginica`". Najprije testirajte jesu li varijance duljina laticice dvije vrste, "`setosa`" i "`versicolor`", jednake na razini značajnosti 0.05. Koristeći taj rezultat, odaberite odgovarajući test i testirajte postoji li razlika u prosječnoj duljini laticice kod vrsti "`setosa`" i "`versicolor`" na razini značajnosti 0.05?

ZADATAK 4: [5+9+6=20 bodova]

U bazi podataka Phone (iz paketa BSDA) u stupcu time nalaze se duljine trajanja poziva iz jedne tvrtke.

- (a) Nađite procjenitelja parametra  $\lambda$  jednostavnog slučajnog uzorka iz eksponencijalne distribucije ( $\mathcal{E}(\lambda)$ ) metodom momenata. Funkcija gustoće od  $\mathcal{E}(\lambda)$  je

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} 1_{(0, \infty)}(x).$$

- (b) Treba provjeriti jesu li duljine trajanja poziva eksponencijalno distribuirane. Usporedite graf uzoračke funkcije gustoće usporedno s grafom teorijske gustoće čiji parametar trebate procijeniti koristeći procjenitelj dobiven pod (a). Nacrtajte QQ-plot za eksponencijalnu distribuciju. Komentirajte.
- (c) Odgovarajućim testom potvrdite da uzorak dolazi iz eksponencijalne distribucije s parametrom čiju vrijednost ste procijenili.

ZADATAK 5: [10 bodova]

Broj knjiga posuđenih u nekoj knjižnici u jednom tjednu dan je sljedećom tablicom:

Dan	Pon	Uto	Sri	Čet	Pet
Broj posuđenih knjiga	135	108	120	114	146

Ovisi li broj posuđenih knjiga o danu u tjednu ( $\alpha = 0.05$ )?