

**STATISTIKA**

ISPITNI ROK 06.07.2012.

**Napomena:**

Prije početka rješavanja kolokvija instalirajte i učitajte paket BSDA  
`install.packages("BSDA")`  
`library(BSDA)`

Rješenja trebate kopirati u Word dokument. Komentare možete pisati u isti dokument ili na papir. Po završetku pisanja, trebate poslati dokument na

`statistika@mathos.hr`

i u predmetu poruke napisati svoje ime i prezime.

**ZADATAK 1: [20 bodova]**

Prilikom mjerenja polumjera kruga  $r$ , napravi se greška distribuirana kao  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , pri čemu je  $\sigma^2$  nepoznato. Napravljeno je  $n$  nezavisnih mjerenja. Definirajte statistički model i nađite nepristran procjenitelj površine kruga. Je li taj procjenitelj UMVU?

**ZADATAK 2: [10+10+10=30 bodova]**

Neka je  $(X_1, \dots, X_n)$  jednostavan slučajni uzorak iz populacije s funkcijom gustoće

$$f(x; a) = \frac{2}{a^2} e^{-\frac{2}{a}\sqrt{x}} 1_{(0, \infty)}(x).$$

- (a) Nađite procjenitelja nepoznatog parametra  $a$  metodom maksimalne vjerodostojnosti.
- (b) Provjerite je li dobiveni procjenitelj nepristran.
- (c) Provjerite konzistentnost dobivenog procjenitelja.

**ZADATAK 3: [4+6+5+8+7=30 bodova]**

U tablici **Puerto** (iz paketa BSDA) nalaze se podaci o tjednom dohotku 50 portorikanskih obitelji koje žive u Miamiu.

- (a) Ukazuje li boxplot na postojanje outliera? Radi li se o natprosječno siromašnoj ili natprosječno bogatoj obitelji?
- (b) Nacrtajte histogram, QQ-plot za normalnu distribuciju, te graf uzoračke funkcije gustoće usporedno s grafom gustoće normalne distribucije čije parametre ćete procijeniti. Komentirajte možemo li na osnovu svake od tih slika naslutiti da je obilježje normalno distribuirano. Testirajte je li obilježje normalno distribuirano na razini značajnosti 0.01.
- (c) Ako iz podataka izbacite outlier koji ste uočili na boxplotu, je li obilježje normalno distribuirano na nivou značajnosti 0.05?
- (d) Nađite 95% interval pouzdanosti za prosječni dohodak. Smatra se da je dohodak na granici siromaštva 300\$ tjedno. Žive li portorikanske obitelji u prosjeku ispod granice siromaštva?
- (e) Poznati su i podaci o dohotku 10 slučajno odabranih američkih obitelji

312, 302, 331, 296, 298, 315, 320, 278, 333, 325.

Imaju li američke obitelji veći prosječni dohodak na razini značajnosti 0.05?

ZADATAK 4: [10 bodova]

Potomstvo dobiveno križanjem dvije vrste biljaka se pojavljuje u tri genotipa označena s A, B i C. Teoretski model o genskom nasljeđivanju sugerira da bi se tipovi genotipa A, B i C trebali pojavljivati u omjeru 1 : 2 : 1. Izvedena je eksperimentalna provjera tog genetskog modela na 90 biljaka i dobiveni su sljedeći rezultati:

genotip	A	B	C
frekvencija	18	44	28

Jesu li ovi podaci u skladu s teoretskim modelom na nivou značajnosti 0.05?

ZADATAK 5: [10 bodova]

Broj knjiga posuđenih u nekoj knjižnici u jednom tjednu dan je sljedećom tablicom:

Dan	Pon	Uto	Sri	Čet	Pet
Broj posuđenih knjiga	135	108	120	114	146

Ovisi li broj posuđenih knjiga o danu u tjednu ( $\alpha = 0.05$ )?