

**STATISTIKA**

ISPITNI ROK 07.09.2012.

**Napomena:**

Prije početka rješavanja kolokvija instalirajte i učitajte paket BSDA

`install.packages("BSDA")``library(BSDA)`

Rješenja trebate kopirati u Word dokument. Komentare možete pisati u isti dokument ili na papir. Po završetku pisanja, trebate poslati dokument na

`statistika@mathos.hr`

i u predmetu poruke napisati svoje ime i prezime.

**ZADATAK 1:** [8+9+8+5+10=40 bodova]Pretpostavimo da slučajne varijable  $Y_1, \dots, Y_n$  zadovoljavaju

$$Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

gdje su  $x_i, i = 1, \dots, n$  poznate konstante,  $\beta$  nepoznati parametar,  $\varepsilon_i, i = 1, \dots, n$  nezavisne s  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$  distribucijom, pri čemu  $\sigma^2$  nepoznato.

- (a) Nađite dovoljnu statistiku za dvodimenzionalni parametar  $(\beta, \sigma^2)$  na osnovu slučajnog uzorka  $(Y_1, \dots, Y_n)$ .
- (b) Nađite procjenitelja maksimalne vjerodostojnosti  $\hat{\beta}$  nepoznatog parametra  $\beta$  te provjerite je li nepristran.
- (c) Odredite distribuciju od  $\hat{\beta}$ .
- (d) Pokažite da je procjenitelj

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n x_i},$$

nepristran za  $\beta$ .

- (e) Koji je od procjenitelja  $\hat{\beta}$  i  $\hat{\beta}_1$  efikasniji?

**ZADATAK 2:** [10 bodova]

Gamma distribucija dana je funkcijom gustoće

$$g(x; \alpha, \lambda) = \frac{\lambda^\alpha e^{-\lambda x} x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \mathbf{1}_{(0, \infty)}(x), \quad \alpha, \lambda > 0.$$

Pripada li jednostavan slučajni uzorak iz ove distribucije eksponencijalnoj familiji?

**ZADATAK 3:** [7+6+6+6=25 bodova]

U R bazi podataka `airquality` u stupcu `Wind` nalaze se podaci o izmjerenim brzinama vjetra na jednoj lokaciji u New Yorku i to u miljama na sat.

- (a) Nacrtajte boxplot, histogram, QQ-plot za normalnu distribuciju, te graf uzoračke funkcije gustoće usporedno s grafom gustoće normalne distribucije čije parametre će te procijeniti. Komentirajte možemo li na osnovu svake od tih slika naslutiti da je obilježje normalno distribuirano. Potvrdite to odgovarajućim testom. Ukazuje li boxplot na postojanje stršućih vrijednosti?
- (b) Nađite 90% interval pouzdanosti za očekivanu brzinu vjetra. Postavljanje vjetroelektrana je isplativo ako je prosječna brzina vjetra veća 12 milja na sat. Je li isplativo postaviti vjetroelektrane na promatranoj lokaciji, uz nivo značajnosti 0.05?
- (c) Nađite dvostrani pouzdani interval za varijancu (99%). Testirajte je li varijanca različita od 12 na razini značajnosti 0.05.
- (d) Provjerite je li očekivanje različito od 10 na nivou značajnosti 0.05. Dolazi li ovaj uzorak iz  $\mathcal{N}(10, 12)$  distribucije? (12 je varijanca)

**ZADATAK 4:** [15 bodova]

U Zagrebu je anketirano 500 ljudi i njih 385 se izjasnilo da je za povećanje dozvoljene brzine u gradu za  $10\text{km/h}$ . U Osijeku je od 400 ljudi njih 267 bilo za. Je li podrška povećanju dozvoljene brzine veća u Zagrebu, na nivou značajnosti 0.05?

**ZADATAK 5:** [10 bodova]

U bazi podataka `Fitness` (iz paketa `BSDA`) nalaze se podaci o broju trbušnjaka koje 9 osoba mogu napraviti prije i nakon što završe tečaj od nekoliko treninga.

- (a) Provjerite jesu li oba obilježja normalno distribuirana i nacrtajte usporedno boxplot dvije skupine podataka različitim bojama te komentirajte.
- (b) Je li se prosječan broj trbušnjaka povećao nakon tečaja na razini značajnosti 0.05?