

**STATISTIKA**

ISPITNI ROK 21.09.2012.

**Napomena:**

Prije početka rješavanja kolokvija instalirajte i učitajte paket BSDA  
`install.packages("BSDA")`  
`library(BSDA)`

Rješenja trebate kopirati u Word dokument. Komentare možete pisati u isti dokument ili na papir. Po završetku pisanja, trebate poslati dokument na

`statistika@mathos.hr`

i u predmetu poruke napisati svoje ime i prezime.

**ZADATAK 1:** [25 bodova]

Neka je  $(X_1, \dots, X_n)$  jednostavan slučajni uzorak iz distribucije s gustoćom

$$f(x; \alpha) = \frac{\pi^{\frac{1}{\alpha}}}{\alpha x^{\frac{1}{\alpha}+1}} \mathbf{1}_{(\pi, \infty)}(x), \quad \alpha > 0.$$

Nadite UMVU procjenitelj za  $\alpha$ .

**ZADATAK 2:** [25 bodova]

Neka je  $(X_1, \dots, X_n)$  jednostavan slučajni uzorak iz populacije s *inverznom Gaussovom* distribucijom

$$f(x; \mu, \lambda) = \left( \frac{\lambda}{2\pi x^3} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{\lambda(x - \mu)^2}{2\mu^2 x} \right\}, \quad x > 0, \mu \in \mathbb{R}, \lambda > 0.$$

Pokažite da su procjenitelji maksimalne vjerodostojnosti za  $\mu$  i  $\lambda$  dani s

$$\hat{\mu} = \bar{X}_n, \quad \hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}_n} \right)}.$$

**ZADATAK 3:** [8+6+6+5=25 bodova]

Baza podataka *Vacation* (iz paketa BSDA) sadrži podatke u broju dana koje radnici provedu na godišnjem odmoru.

- Nacrtajte boxplot, histogram, QQ-plot za normalnu distribuciju, te graf uzoračke funkcije gustoće usporedno s grafom gustoće normalne distribucije čije parametre ćete procijeniti. Komentirajte možemo li na osnovu svake od tih slika naslutiti da je obilježje normalno distribuirano. Potvrdite to odgovarajućim testom.
- Nadite 90% interval pouzdanosti za prosječni broj dana. Poslodavac tvrdi da je prosječan broj dana značajno veći od 24. Je li u pravu (na razini značajnosti 99%)?
- Nadite jednostrani i dvostrani pouzdani interval za varijancu (98%). Testirajte je li varijanca manja od 40 na razini značajnosti 0.05.
- Testirajte dolazi li uzorak iz  $\mathcal{N}(20, 80)$  na razini značajnosti 0.05 (80 je varijanca).

**ZADATAK 4:** [15 bodova]

Tijekom Drugog svjetskog rata Nijemci su bombardirali London. Britance je zanimalo mogu li Nijemci uistinu ciljati svoje bombe ili samo gađaju na slučajan način. Napravljena je mapa Londona podijeljena na 576 dijelova jednake površine i bilježeno je koliko bombi padne na svako od tih područja. Dobivena je sljedeća tablica

bombi po području ( $k$ )	0	1	2	3	4 i više
područja s $k$ bombi	229	211	93	35	8

Testirajte dolaze li podaci o bombama iz Poissonove distribucije s parametrom 0.93. Usporedite očekivane frekvencije sa stvarnim i komentirajte.

**ZADATAK 5:** [2+4+4=10 bodova]

Kako bi se utvrdilo povećava li neki lijek na intelektualne sposobnosti, odabrani su blizanci i podvrgnuti testu koji testira njihovu inteligenciju. Pri tome je jednom od blizanaca dan lijek. Podaci se nalaze u tablici `Twin` (iz paketa `BSDA`). U stupcu `TwinA` nalaze se rezultati testa za blizanca koji je uzeo lijek, a u stupcu `TwinB` su rezultati drugog blizanca.

- Provjerite jesu li rezultati normalno distribuirani u oba promatrana slučaja te nacrtajte usporedno boxplot dvije skupine podataka različitom bojom. Komentirajte. Što bi se moglo reći na osnovu slike?
- Povećava li lijek intelektualne sposobnosti, na razini značajnosti 0.05?
- Povećava li lijek varijabilnost rezultata, na razini značajnosti 0.05?