

Pismeni ispit iz kolegija
Statistika
17.06.2009.

1. [20 bod.] Neka je gustoća slučajne varijable X dana s

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta-1}x^{-\frac{\theta}{\theta-1}} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}, \quad \theta > 0.$$

Metodom maksimalne vjerodostojnosti nađite procjenitelja za nepoznati parametar θ , te ispitajte nepristranost dobivenog procjenitelja.

2. [20 bod.] Neka je $X \sim \mathcal{U}(\theta, \psi)$, gdje su θ i ψ ($\theta < \psi$) nepoznati parametri. Metodom momenata nađite procjenitelje parametara θ i ψ te na osnovu uzorka

0.08, 0.35, 0.86, 0.99, 0.10, 0.78, 0.54, 0.24, 0.27, 0.85

odredite njihove realizacije.

3. [20 bod.] Poznato je da slučajna varijabla X , koja predstavlja vrijeme (u satima) inkubacije nekog virusa kod pacijenata ima normalnu razdiobu. Odredite 90% jednostrani i dvostrani interval povjerenja za varijancu slučajne varijable X na osnovu slučajnog uzorka prikazanog u sljedećoj tablici

vrijeme inkubacije	[0, 6]	(6, 7]	(7, 9]	(9, 12]	(12, 14]	(14, 16]	[16, 19]
broj pacijenata	1	3	4	10	6	4	2

4. [20 bod.] Uzorak opsega 123 dolazi iz populacije s obilježjem $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Nađite najbolje kritično područje za testiranje hipoteze $H_0(\sigma = 2)$, nasuprot hipotezi $H_1(\sigma > 2)$, pomoću leme Neyman-Pearson, ako je $\alpha = 0.05$.
5. [20 bod.] U periodu od 50 godina praćen je broj kišovitih dana u Briselu, te su dobiveni podaci, koji su predstavljeni u sljedećoj tablici:

broj kišnih dana	[0, 40]	(40, 80]	(80, 100]	(100, 120]	(120, 360]
broj točnih odgovora	5	14	14	11	6

Pearsonovim χ^2 testom s nivoom značajnosti $\alpha = 0.01$ testirajte hipotezu da broj kišnih dana u Briselu ima normalnu razdiobu.