

Pismeni ispit iz kolegija  
Statistika  
01.07.2009.

1. [20 bod.] Neka je gustoća slučajne varijable  $X$  dana s

$$f_b(x) = \begin{cases} bx^{b-1} & x \in (0, 1) \\ 0 & x \notin (0, 1) \end{cases}.$$

Metodom momenata nađite procjenitelja za nepoznati parametar  $b$ , na osnovu uzorka

0.1, 0.4, 0.1, 0.4, 0.4, 0.7, 0.7, 0.1.

2. [20 bod.] Zadana je razdioba

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & \dots \\ \frac{1}{\theta} & \frac{\theta-1}{\theta} \cdot \frac{1}{\theta} & \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)^2 \frac{1}{\theta} & \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)^3 \frac{1}{\theta} & \dots \end{pmatrix} \quad \theta > 1.$$

- (a) Ocijeniti  $\theta$  ML metodom na osnovu uzorka opsega  $n$ .  
(b) Pokazati da je takav procjenitelj konzistentan.

3. [20 bod.] U osam mjerenja jedne veličine dočiveni su sljedeći rezultati:  
12.32, 14.58, 10.18, 13.82, 11.04, 12.12, 14.88, 11.06.

Pretpostavlja se da slučajna varijabla  $X$  ima normalnu razdiobu. Odredite 90% jednostrani interval povjerenja za nepoznatu varijancu, te 90% interval povjerenja za nepoznato matematičko očekivanje slučajne varijable  $X$ .

4. [20 bod.] Kovanicu od 5 kuna bacamo do prve pojave strane na kojoj je "mrki medvjed". Izvedeno je 100 serija bacanja i pri tome su dobiveni sljedeći podaci

broj bacanja do prve pojave "medvjeda"	1	2	3	4	5	6
broj serija	45	30	15	6	2	2

S nivoom značajnosti  $\alpha = 0.05$  testirajte suglasnost s geometrijskom razdiobom

$$P\{X = k\} = 2^{-k}, \quad k = 1, 2, \dots$$

odnosno provjerite da je kovanica ispravna.

5. [20 bod.] Sljedeća tablica daje klasifikaciju 100 učenika prema interesovanju za statistiku i predispoziciji za statistiku:

predispozicija \ interesovanje	veliko	zainteresovan	indiferentan	nezainteresovan
dobra	15	12	10	5
osrednja	10	10	5	5
slaba	5	10	8	5

Testirajte hipotezu o nezavisnosti predispozicije i interesovanja za statistiku, s nivoom značajnosti  $\alpha = 0.025$ .