

Pismeni ispit iz kolegija
Statistika
04.09.2009.

1. [20 bod.] Neka je gustoća slučajne varijable X dana s

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}, \quad \theta > 0.$$

Na osnovu prostog, slučajnog uzorka opsega n , metodom maksimalne vjerodostojnosti dobiven je nepristrani procjenitelj nepoznatog parametra θ : $\hat{\theta} = \frac{\bar{X}_n}{2}$. Ispitajte da li $\hat{\theta}$ najefikasniji procjenitelj za θ .

2. [20 bod.] Kaže se da slučajna varijabla X ima *Rayleighovu* distribuciju, ako je pripadna funkcija gustoće oblika

$$f(x) = \begin{cases} Axe^{-b^2x^2} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}.$$

Odredite konstantu A , te odgovorite pripada li $f(x)$ eksponencijalnoj familiji gustoća. Ako je odgovor potvrđan, odredite jednu dovoljnu statistiku za b .

3. [20 bod.] Poznato je da nedjeljna količina padavina na njivama sela Gunje, kraj Vinkovaca, ima približno normalnu razdiobu. Izvršen je niz mjerenja čiji su rezultati dani u navedenoj tablici, pri čemu je količina padavina mjerena u milimetrima po metru kvadratnom.

količina padavina	[0, 5)	[5,10)	[10, 15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)	30
broj mjerenja	1	3	4	10	6	4	2

Nađite 95% interval povjerenja za očekivanje nedjeljne količine oborina, te 90% jednostrani interval povjerenja za nepoznatu varijancu.

4. [20 bod.] Tvornica pakuje po 4 proizvoda u jednu kutiju. Nasumce je odabrano 50 kutija i za svaku je provjeren broj neispravnih proizvoda. Dobiveni rezultati prikazani su u tablici:

broj neispravnih proizvoda	0	1	2	3	4
broj kutija	12	18	14	4	2

Pearsonovim χ^2 testom s nivoom značajnosti $\alpha = 0.01$ ispitajte da li su podaci suglasni s hipotezom da se radi o uzorku iz populacije s binomnom razdiobom.

5. [20 bod.] Učenici osnovnih škola, učenici srednjih škola i studenti, posjetili su kazališnu predstavu "Bitange i princeze". Na pitanje kako im se dopala predstava njih 200 slučajno odabranih dali su odgovore prikazane u sljedećoj tablici:

	osnovci	srednjoškolci	studenti
izvrsno	10	40	10
dobro	30	30	20
ne naročito	10	30	20

Na nivou značajnosti 0.05 ispitajte da li ocjena predstave zavisi o uzrastu posjetioca.