

Pismeni ispit iz Statistike
08.07.2010.

1. [20 bod.] Izračunajte Fisherovu informaciju jednostavnog, slučajnog uzorka (X_1, \dots, X_n) , koji ima "Logističku" distribuciju danu funkcijom gustoće

$$f(x) = \frac{e^{-x+\theta}}{(1 + e^{-x+\theta})^2}, \quad x, \theta \in \mathbb{R}.$$

2. [20 bod.] Neka je (X_1, \dots, X_n) jednostavan slučajan uzorak s pripadnom funkcijom gustoće

$$f(x) = \frac{\theta - 1}{x^\theta}, \quad x \geq 1, \theta > 1.$$

Metodom maksimalne vjerodostojnosti nađite procjenitelja nepoznatog parametra θ , te ispitajte da li je on nepristran procjenitelj za θ .

3. [20 bod.] Uzorak opsega 23 dolazi iz populacije s obilježjem $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Nađite najbolje kritično područje za testiranje hipoteze $H_0(\sigma = 2)$, nasuprot hipotezi $H_1(\sigma > 2)$, pomoću leme Neyman-Pearson, ako je $\alpha = 0.05$.
4. [20 bod.] Na slučajan je način odabrano 10 osoba iz Osijeka, te 12 osoba iz Čepina, kojima je izmjerena visina (u cm):

Osijek	168	174	178	182	178	186	179	180	169	172		
Čepin	173	182	180	175	180	178	184	188	179	181	156	173

Ako visina slučajno odabrane osobe ima $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ distribuciju, na nivou značajnosti $\alpha = 0.05$ testirajte hipotezu da su srednje visine stanovnika iz Osijeka i Čepina jednake, protiv alternativne da su različite.

5. [20 bod.] U tablici su navedena odstupanja (u mikronima) promjera osovine sata od propisane veličine:

odstupanje	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
broj osovina	15	75	100	50	20

Pearsonovim χ^2 testom s nivoom značajnosti $\alpha = 0.05$ provjerite hipotezu o normalnoj razdiobi obilježja.