



## Udruga matematičara Osijek

Trg Ljudevita Gaja 6  
HR-31000 Osijek  
e-mail: [umo@mathos.hr](mailto:umo@mathos.hr)  
<http://www.mathos.unios.hr/umo>

# 24. Zimska matematička škola

Udruga matematičara Osijek u suradnji s III. Gimnazijom u Osijeku i Odjelom za matematiku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku organizira tradicionalnu 24. Zimsku matematičku školu za učenike srednjih škola, koja će se održati 17. siječnja 2015. na Odjelu za matematiku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Trg Ljudevita Gaja 6, Osijek i 24. siječnja 2015. u III. Gimnaziji u Osijeku, Kamila Firingera 14, Osijek. Predavači u Zimskoj matematičkoj školi su nastavnici matematike zaposleni u srednjim školama i studenti s Odjela za matematiku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.

Učenici koji žele sudjelovati u radu Zimske matematičke škole trebaju se do **12. siječnja 2015.** prijaviti putem e-maila: [astra.skorjanc@skole.hr](mailto:astra.skorjanc@skole.hr). U e-mailu treba navesti ime i prezime, razred i naziv škole koju učenik pohađa.

### 17. siječnja 2015. Odjel za matematiku Sveučilište J.J.Strossmayera u Osijeku, Trg Ljudevita Gaja 6 Osijek

| Razred/Vrijeme          | 8:30-8:45                   | 8:45-9:45   | 10:15-11:15  | 11:20-12:20   |
|-------------------------|-----------------------------|---|--|---|
| Prvi i drugi razredi    | Otvaranje<br>Predavaonica 1 | <b>Osnovni principi prebrojavanja</b><br>(Mirta Vujnovac, prof.)<br>Predavaonica 1  | <b>Testovi prostosti</b><br>(Lucija Rukavina, prof.)<br>Predavaonica 1 |   |
| Treći i četvrti razredi |                             | <b>Primjena kompleksnih brojeva u analitičkoj geometriji</b><br><br>(Vanda Louč, prof.,<br>Sanja Grabusin, prof.)<br>Predavaonica 2 | <b>Sferna geometrija</b><br>(Valentina Čutek)<br>Predavaonica 2        | <b>Pellove jednažbe</b><br><br>(Martina Štivić)<br>Predavaonica 2 |

### 24. siječnja 2015. III. Gimnazija u Osijeku, Kamila Firingera 14, Osijek

| Razred/Vrijeme          | 8:30-9:30  | 10:00-11:00  |
|-------------------------|--|--|
| Prvi i drugi razredi    | <b>Cauchy-Schwarz-Buniakowskyjeva nejednakost</b><br><br>(Ilija Ilišević, prof.)<br>Učionica 7             | <b>Simetrični polinomi</b><br><br>(Egidija Kardum, prof.)<br>Učionica 7                                  |
| Treći i četvrti razredi | <b>Najveće cijelo, najmanje cijelo i razlomljeni dio</b><br><br>(Aleksandra Floreani, prof.)<br>Učionica 6 | <b>Algebarska metoda rješavanja konstruktivnih zadaća</b><br><br>(Katarina Jakopić, prof.)<br>Učionica 6 |

## Prvi i drugi razredi

**Osnovni principi prebrojavanja** (*Mirta Vujnovac, prof.*) Kombinatorika je grana matematike koja se bavi metodama prebrojavanja konačnih skupova. Poznavanje osnovnih principa prebrojavanja može pojednostaviti brojne matematičke, ali i svakodnevnne probleme. Cilj ovog predavanja je usvojiti principe sume i produkta, naučiti razlikovati varijacije od permutacija, te ih prepoznavati i primjenjivati u problemskim zadacima.

**Testovi prostosti** (*Lucija Rukavina, prof.*) Kriptosustavi s javnim ključem zasnivaju se na upotrebi dva ključa - jedan za šifriranje, a drugi za dešifriranje. Zbog toga su i dobili naziv asimetrični. Asimetrični algoritmi svoju tajnost ne zasnivaju na nepoznavanju algoritma, već na upotrebi jednosmjernih funkcija tj. funkcija čije je pronalaženje inverznog postupka težak matematički problem, teško rješiv računarskim resursima u realnom vremenu. Uloga prostih brojeva u kriptosustavima s javnim ključem je dvostruka. Prva je da se koriste za generiranje ključeva, a druga je da se neke njihove osobine koriste kao jednosmjerne funkcije. Tajnost kriptosustava sa javnim ključem zasniva se na teško rješivim ili još uvijek nerješivim matematičkim problemima. Rezultat toga je da brojevi i njihova složenost imaju veoma veliku ulogu u održavanju sigurnosti sustava. Ako bi postojao efkasan algoritam za faktorizaciju prostih brojeva sigurnost asimetričnih algoritama bila bi dovedena u pitanje. U većini asimetričnih algoritama za generiranje ključeva se koriste veliki prosti brojevi sa stotinu i više decimalnih znamenki.

**Cauchy-Schwarz-Buniakowskyjeva nejednakost** (*Ilija Ilišević, prof.*) Mnoge nejednakosti koje se pojavljuju na natjecanjima iz matematike mogu se lako dobiti primjenom Cauchy-Schwarz-Buniakowskyjeva nejednakost. Dokaz ove nejednakosti može se izvesti analizom odgovarajuće kvadratne funkcije.

**Simetrični polinomi** (*Egidiya Kardum, prof.*) Ponovit će se definicija polinoma  $n$ -tog stupnja jedne varijable te definirati polinom dviju varijabli i simetričan polinom. Definirat će se osnovni simetrični polinomi dviju varijabli  $\sigma_1 = x + y, \sigma_2 = x + y$  kao i definirati Newtonovi polinomi dviju varijabli  $x$  i  $y$ . Cilj je pomoću nekoliko primjera doći do osnovnog teorema o simetričnim polinomima koji glasi: Svaki se simetričan polinom u varijablama  $x$  i  $y$  može prikazati kao polinom u varijablama varijabli  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ . Teorem će biti ilustriran primjerima rastavljanja simetričnih polinoma na faktore.

## Treći i četvrti razredi

**Pellove jednažbe** (*Martina Štivić*) Algebarska jednažba dviju ili više varijabli s cjelobrojnim koeficijentima kod koje se traže cjelobrojna ili racionalna rješenja naziva se diofantska jednažba. Pellova jednažba posebna je vrsta diofantske jednažbe. U ovom predavanju upoznat ćemo neke metode za rješavanje Pellove jednažbe te njenu usku povezanost sa diofantskim aproksimacijama i verižnim razlomcima.

**Sferna geometrija** (*Valentina Čutek*) Sferna geometrija dio je geometrije prostora koji proučava sferu i podskupove njezinih točaka. U ovom predavanju upoznat ćemo se s osnovnim pojmovima sferne geometrije te sfernu trigonometriju koja se počela razvijati prije ravninske (obične) trigonometrije. Sferna trigonometrija danas ima veliku važnost u pomorskoj, zrakoplovnoj i satelitskoj navigaciji, astronomiji, geofizici itd.

**Najveće cijelo, najmanje cijelo i razlomljeni dio** (*Aleksandra Floreani, prof.*) Funkcije su jedan od najvažnijih pojmova matematike. S njima se susrećemo od osnovne škole iako se naziv tog pojma ne spominje. Funkcije najveće cijelo, najmanje cijelo i razlomljeni dio često upotrebljavamo, a da ih ne definiramo i ne ističemo njihova svojstva već ih uzimamo same po sebi jasne. Stoga, ovim predavanjem ćemo definirati ove funkcije, izreći njihova svojstva, grafički ih prikazati te ilustrirati njihovu primjenu.

**Algebarska metoda rješavanja konstruktivnih zadataka** (*Katarina Jakopić, prof.*) Cilj predavanja je naučiti riješiti konstruktivnu zadaću algebarskom metodom. Riješiti konstruktivnu zadaću znači na osnovi onoga što je zadano konstruirati figuru koja se traži, upotrebljavajući pritom samo šestar i ravnalo. Bit algebarske metode rješavanja konstruktivnih zadataka je u tome da se nepoznate veličine, dakle one koje treba konstruirati, izraze algebarskim izrazima odnosno formulama pomoću danih veličina. Nakon toga se dobiveni izrazi konstruiraju. Za predavanje je potrebno ponijeti geometrijski pribor.

**Primjena kompleksnih brojeva u analitičkoj geometriji** (*Vanda Louč, prof., Sanja Grabusin, prof.*) Na predavanju će biti prikazani različiti oblici zapisa kompleksnih brojeva, kako osnovne pojmove analitičke geometrije interpretirati preko kompleksnih koordinata i vizualizirati osnovne matematičke operacije nad kompleksnim brojevima. Nizom različitih primjera pokazati ćemo kako uporaba kompleksnih brojeva može jednostavno, efikasno i elegantno riješiti razne probleme iz područja analitičke geometrije. Cilj predavanja je ukazati kako i koliko su kompleksni brojevi upleteni u najrazličitije primjene.