

## A

1. [10 bod.] Pokažite da je povezan skup  $(a, b]$ .
2. [20 bod.] Neka je  $A \subseteq X$  povezan skup u topološkom prostoru  $X$ . Dokažite da je tada povezan i svaki skup  $B \subseteq X$  za koji je  $A \subseteq B \subseteq \text{Cl}A$ .
3. [10 bod.] Navedite primjer homeomorfizma  $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ .
4. [20 bod.] Neka je  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  zadana formulom  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ . Pokažite da je  $f$  uniformno neprekidna na svakom skupu  $[a, \infty)$ ,  $a > 0$ .
5. [15 bod.] Dokažite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{|x| + |y|} = 0.$$

6. [25 bod.] Dokazati da su sve norme na  $\mathbb{R}^n$  ekvivalentne.

## B

1. [10 bod.] Pokažite da je povezan skup  $[a, b)$ .
2. [20 bod.] Neka je  $X$  topološki prostor i  $U, V \subseteq X$ ,  $U, V \neq \emptyset$ ,  $U \cap V = \emptyset$ ,  $X = U \cup V$ . Nadalje, neka je  $Y \subseteq X$  povezan podskup. Tada je  $Y \subseteq U$  ili  $Y \subseteq V$ . Dokažite.
3. [10 bod.] Pokažite da je svako neprekidno preslikavanje  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}$  konstantno.
4. [20 bod.] Pokažite da uniformno neprekidno preslikavanje "čuva" Cauchyjeve nizove.
5. [15 bod.] Dokažite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|x| \cdot |y|}{|x| + |y|} = 0.$$

6. [25 bod.] Dokazati da su sve norme na  $\mathbb{R}^n$  ekvivalentne.