

1. [25 bod.] Neka je funkcija $f : [3, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = \frac{x}{3} - 1$. Nadalje, neka je $P_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz ekvidistantnih subdivizija segmenta $[3, 6]$, zadanih na sljedeći način:

$$x_i = 3 + \frac{3i}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Odredite $S(f, P_n)$, $s(f, P_n)$ i izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$$

gdje je $S(f, P_n)$ gornja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n , a $s(f, P_n)$ donja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

Uputa: Iskoristite formulu za zbroj prvih k prirodnih brojeva: $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$.

2. Izračunajte integrale:

a) [10 bod.] $\int (x^2 + 2)^3 dx$ b) [10 bod.] $\int \cos^6 x \sin^3 x dx$ c) [10 bod.] $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 12}$

3. [15 bod.] Metodom parcijalne integracije (ili drugačije) izračunajte integral: $\int 4^x \sin x dx$

4. Izračunajte integrale:

a) [15 bod.] $\int \frac{x+2}{x^2+6x+10} dx$ b) [15 bod.] $\int \frac{2x-1}{x^3-2x^2-x+2} dx$

1. [25 bod.] Neka je funkcija $f : [4, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = \frac{x}{4} - 1$. Nadalje, neka je $P_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz ekvidistantnih subdivizija segmenta $[4, 8]$, zadanih na sljedeći način:

$$x_i = 4 + \frac{4i}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Odredite $S(f, P_n)$, $s(f, P_n)$ i izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$$

gdje je $S(f, P_n)$ gornja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n , a $s(f, P_n)$ donja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

Uputa: Iskoristite formulu za zbroj prvih k prirodnih brojeva: $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$.

2. Izračunajte integrale:

a) [10 bod.] $\int (x^2 - 2)^3 dx$ b) [10 bod.] $\int \sin^6 x \cos^3 x dx$ c) [10 bod.] $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 17}$

3. [15 bod.] Metodom parcijalne integracije (ili drugačije) izračunajte integral: $\int 3^x \sin x dx$

4. Izračunajte integrale:

a) [15 bod.] $\int \frac{x+3}{x^2+4x+5} dx$ b) [15 bod.] $\int \frac{3x-1}{x^3-3x^2-x+3} dx$