

1. [25 bod.] Neka je funkcija $f : [2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = 4 - \frac{x}{2}$. Nadalje, neka je $P_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz ekvidistantnih subdivizija segmenta $[2, 4]$, zadanih na sljedeći način:

$$x_i = 2 + \frac{2i}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Odredite $S(f, P_n)$, $s(f, P_n)$ i izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$$

gdje je $S(f, P_n)$ gornja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n , a $s(f, P_n)$ donja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

Uputa: Iskoristite formulu za zbroj prvih k prirodnih brojeva: $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$.

2. Izračunajte integrale:

a) [10 bod.] $\int (x^3 - 2)^3 dx$ b) [10 bod.] $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^6 x} dx$ c) [10 bod.] $\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 10}$

3. [15 bod.] Metodom parcijalne integracije (ili drugačije) izračunajte integral: $\int e^x \cos 3x dx$

4. Izračunajte integrale:

a) [15 bod.] $\int \frac{x-4}{x^2-4x+13} dx$ b) [15 bod.] $\int \frac{x^2-2x+3}{x^3-3x^2+4} dx$

1. [25 bod.] Neka je funkcija $f : [3, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = 6 - \frac{x}{3}$. Nadalje, neka je $P_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz ekvidistantnih subdivizija segmenta $[3, 6]$, zadanih na sljedeći način:

$$x_i = 3 + \frac{3i}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Odredite $S(f, P_n)$, $s(f, P_n)$ i izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$$

gdje je $S(f, P_n)$ gornja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n , a $s(f, P_n)$ donja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

Uputa: Iskoristite formulu za zbroj prvih k prirodnih brojeva: $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$.

2. Izračunajte integrale:

a) [10 bod.] $\int (x^3 + 2)^3 dx$ b) [10 bod.] $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx$ c) [10 bod.] $\int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 17}$

3. [15 bod.] Metodom parcijalne integracije (ili drugačije) izračunajte integral: $\int e^x \cos 4x dx$

4. Izračunajte integrale:

a) [15 bod.] $\int \frac{x-5}{x^2-6x+13} dx$ b) [15 bod.] $\int \frac{x^2+2x+3}{x^3+3x^2-4} dx$