

1. [25 bod.] Neka je funkcija  $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  zadana formulom  $f(x) = 9 - x^2$ . Nadalje, neka je  $P_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , niz ekvidistantnih subdivizija segmenta  $[1, 3]$ , zadanih na sljedeći način:

$$x_i = 1 + \frac{2i}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Odredite  $S(f, P_n)$ ,  $s(f, P_n)$  i izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$$

gdje je  $S(f, P_n)$  gornja Darbouxova suma funkcije  $f$  definirana subdivizijom  $P_n$ , a  $s(f, P_n)$  donja Darbouxova suma funkcije  $f$  definirana subdivizijom  $P_n$ .

Uputa: Iskoristite formule:  $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$  &  $1^2 + 2^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ .

2. Izračunajte integrale:

a) [10 bod.]  $\int (x^2 - x)^3 dx$       b) [10 bod.]  $\int \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx$       c) [10 bod.]  $\int \frac{dx}{3x^2 + 3x + 1}$

3. [15 bod.] Metodom parcijalne integracije (ili drugačije) izračunajte integral:  $\int \frac{1}{(4x^2 + 1)^2} dx$

4. Izračunajte integrale:

a) [15 bod.]  $\int \frac{x^3 + 1}{x(x-1)^3} dx$       b) [15 bod.]  $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x - 3} dx$