

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Anamarija Ergović

Matematičko obrazovanje u Europi

Diplomski rad

Osijek, 2014.

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Anamarija Ergović

Matematičko obrazovanje u Europi

Diplomski rad

Mentor: doc. dr. sc. Ivan Matić
Komentor: dr. sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2014.

Sadržaj

Uvod	1
1 Matematički kurikulum	3
1.1 Službeni dokumenati iz područja matematike	3
1.2 Diseminacija informacija o izmjenama kurikuluma	4
1.3 Revizija matematičkog kurikuluma	5
1.4 Ciljevi učenja te matematički sadržaj i kompetencije u kurikulumu	6
1.4.1 Vještine i kompetencije u matematičkom kurikulumu	7
1.4.2 Predmetni sadržaj matematike	7
1.5 Nastavno vrijeme posvećeno matematici	8
1.6 Udžbenici i nastavni materijali u matematici	9
2 Nastavni pristupi, metode i organizacija razreda	11
2.1 Raspon nastavnih metoda	11
2.1.1 Povezivanje matematike sa svakodnevnim životom	13
2.1.2 Problemsko učenje (PBL)	13
2.1.3 Aktivno učenje i kritičko mišljenje	13
2.1.4 Memoriranje	14
2.2 Organizacija razreda	15
2.3 Informacijsko-komunikacijska tehnologija u nastavi matematike	15
2.3.1 Primjena računala	17
2.4 Zadavanje domaćeg rada	17
3 Ocjenjivanje u matematici	19
3.1 Oblici ocjenjivanja	19
3.2 Nacionalni ispiti	21
3.3 Matematika na kraju srednjoškolskog obrazovanja	21
4 Suočavanje s problemom slabih rezultata u matematici	22
4.1 Važna saznanja o učinkovitim mjerama rješavanja problema slabih rezultata	23
4.2 Nacionalne politike za podizanje postignuća	24
4.3 Vrsta potpore za učenike sa slabim rezultatima	25
4.3.1 Prilagodba kurikuluma	26
4.3.2 Dijagnostički alati	27
4.3.3 Individualna nastava i nastava u malim skupinama	27

5	Podizanje motivacije učenika	28
5.1	Stvaranje teorijskog okvira za podizanje motivacije	28
5.1.1	Motivacija i postignuća	28
5.1.2	Utjecaj učeničkih stavova, uvjerenja i samopouzdanja učenika	29
5.1.3	Nastavne metode koje se koriste za podizanje motivacije učenika	30
5.1.4	Rodne razlike u motivaciji i postignuću	30
5.2	Nacionalne strategije za podizanje motivacije za učenje matematike	30
5.3	Aktivnosti na nacionalnoj razini za unaprjeđenje stavova prema učenju matematike	32
5.4	Manjak studenata u području matematike	32
6	Poznavanje gradiva matematike i poznavanje sadržaja matematičke pedagogije budućih nastavnika matematike u osnovnim i srednjim školama	33
6.1	Okvir za mjerenje znanja poučavanja matematike	33
6.1.1	Okvir za poznavanje matematičkog sadržaja	33
6.1.2	Okvir za poznavanje pedagoškog matematičkog znanja	35
6.2	Struktura upitnika za buduće nastavnike	35
6.2.1	Upitnik za buduće osnovnoškolske nastavnike	37
6.2.2	Upitnik za buduće srednjoškolske nastavnike	37
6.3	Znanje poučavanja matematike budućih nastavnika	37
6.4	Primjeri zadataka	37
6.5	Ishodi MCK, MPCK i GPK budućih nastavnika	41
6.5.1	Ishodi MCK, MPCK i GPK budućih nastavnika u osnovnim školama	41
6.5.2	Ishodi MCK, MPCK i GPK budućih nastavnika u srednjim školama	43
	Zaključak	45
	Sažetak	46
	Summary	47
	Literatura	48
	Životopis	49

Uvod

"Matematika je simbol naše intelektualne snage i jamstva da će se ljudski um uvijek boriti za uzvišene ciljeve"

Danilo Blanuša

U prvom poglavlju reći ću nešto o matematičkim kurikulumu koji je temelj podučavanja matematike jer su u njemu definirani ciljeve i ishodi učenja, te sadržaj matematike koje je potrebno savladati. U posljednjem desetljeću matematički kurikulum je revidiran u svim europskim zemljama, kako bi se poučavanje matematike prilagodilo potrebama učenika. Kako bi matematika postala zanimljivija njezino poučavanje se nastoji što više povezati sa svakodnevnim životom učenika. U poglavlju su sadržana i ispitivanje o uključenosti središnjih obrazovnih tijela u izradi, odobravanju i revidiranju službenih dokumenata. Osim toga razmatrano je preporučeno trajanje nastave matematike te nacionalne politike o primjeni nastavnih materijala i udžbenika.

U drugom poglavlju, na temelju informacija koje su proizašle iz međunarodnih ispitivanja, dan je prikaz nekih nastavnih pristupa i metoda koje se propisuju, preporučuju ili se podržavaju u europskim zemljama. Neki od njih su: problemsko učenje, učenje na temelju zaključaka, povezivanje učenja matematike sa svakodnevnim životom, aktivno učenje, kritičko mišljenje, primjena informacijsko-komunikacijskih tehnologija, zadavanje domaćeg rada i svrstavanje učenika u skupine.

Nakon toga, u trećem poglavlju, proučila sam koje su državne smjernice i prakse vezane uz različite oblike ocjenjivanja u školama, uključujući i nacionalne ispite. Na kraju poglavlja razmotreno je koliko je matematika uključena u završne ispite na kraju srednjoškolskog obrazovanja u zemljama Europe.

U četvrtom poglavlju reći ću nešto o mjerama koje se koriste kako bi se riješio problem slabih rezultata u matematici. Osim toga, reći ću nešto i o alatima koji se koriste na nacionalnoj razini kako bi se kreirala politika za rješavanje tog problema. Na kraju ovog poglavlja spomenuti ću neke od posebnih oblika potpore, kao što su izmjene kurikuluma, alati za dijagnostiku, predavanje jedan-na-jedan i u malim skupinama, te intervencija stručnjaka za poučavanje matematike.

O nacionalnim strategijama i inicijativama te praksama kojima se učenike potiče na učenje matematike, odnosno na povećanje motivacije za učenje predmeta iz područja MST-a (matematika, prirodoslovlje i tehnologija), reći ću nešto u u petom poglavlju. Osim toga, u ovom poglavlju reći ću nešto i o problemu vezanom uz odabir matematike na razini vi-

sokog obrazovanja, te o nedostatku stručnjaka iz ovog područja na tržištu rada. Tijekom cijelog poglavlja spominje se i pitanje rodnih razlika, odnosno nastojanju povećanja motivacije djevojaka za učenje matematike, te odabiranju predmeta koji su srodni matematici nakon srednjoškolskog obrazovanja.

U posljednjem poglavlju reći ću nešto o načinu na koji se provjera poznavanje gradiva matematike i sadržaja matematičke pedagogije budućih nastavnika matematike u osnovnim i srednjim školama pomoću TEDS-M-a (*Teacher Education and Development Study-Mathematics*). Navesti ću primjere zadataka koji su se našli u nekim od istraživanja te kako su europske zemlje, koje sudjeluju u tom istraživanju, kotirale po rezultatima.

1 Matematički kurikulum

U dokumenatima kao što su kurikulumski dokumenti, smjernice za škole i nastavnike te nastavni planovi i programi predmeta, koje jednim imenom nazivamo *službeni dokumenti* sadržani su ciljevi, zadaci i predmetni sadržaji kurikuluma matematike. Prilikom njihove izrade, te samom odobravanju uključene su različite razine vlasti i školska tijela.

Prema onome što su pokazali rezultati procjene znanja i vještina učenika te rezultati vrednovanja škola, došlo se do zaključka kako je u svim zemljama potrebna revizija službenih dokumenata. Time bi se sadržaj predmeta, ciljevi i ishodi učenja uskladili s potrebama, mogućnostima i znanjem današnjih učenika te vještinama potrebnim na tržištu rada.

1.1 Službeni dokumenti iz područja matematike

"Matematički kurikulum određuje koje se teme moraju učiti, opisuje programe obrazovanja i njihov sadržaj kao i nastavne materijale, materijale za učenje i ocjenjivanje koje se treba koristiti." ¹ Često se između službenih kurikulumskih dokumenata i drugih službenih dokumenata kao što su nastavni plan i program za matematiku ili školski predmetni planovi ne pravi razlika, iako se ovi drugi rabe u planiranju predmeta i sadrže informacije kao što su broj sati, nastavne metode ili posebna razredna pravila. Sve dokumente koji sadrže opće ciljeve, ishode i/ili sadržaj matematičkih programa nazivamo *kurikulumski dokumenti*.

Kurikulum, pa tako i matematički kurikulum u većini europskih zemalja na nacionalnoj razini odobravaju obrazovna tijela te je obavezan. Obično se izlaže u glavnom dokumentu koji definira ciljeve, ishode učenja i/ili sadržaj predmeta. U Češkoj se "okvirni obrazovni programi" (FEP) odobravaju na razini središnje vlasti. Ti programi daju okvir za svaku razinu obrazovanja. Nakon što se odobre i objave FEP, škole, svaka za sebe, mogu početi sa izradom "školskog obrazovnog programa" (SEP) prema kojem će se odvijati nastava u toj školi. U Sloveniji se obvezujući dokumenti određuju na razini škole kao "temeljni školski program" koji obuhvaća "temeljni školski nastavni plan i program" i kurikulume za zasebne predmete koji su najčešće sastavni dijelovi nacionalnog kurikuluma. Na temelju toga škole izrađuju godišnje planove rada, gdje se definiraju školske aktivnosti, opseg i broj sati te izvanškolske aktivnosti. Što se nastavnika matematike tiče, oni pišu vlastite godišnje planove u kojima definiraju ciljeve, standarde znanja i sadržaj predmeta. U Švedskoj nacionalna agencija za obrazovanje na razini države izrađuje dokument s karakteristikama

¹[1, str. 25]

nacionalnog kurikuluma pod nazivom "*Nacionalni planovi i programi za obavezno obrazovanje*". Taj dokument svaki nastavnik mora protumačiti, te prilagoditi nastavni proces učenicovim sposobnostima, iskustvima, interesima i potrebama.

U Norveškoj se lokalno moraju tumačiti i provoditi nacionalni jezgrovni i predmetni kurikulum. Slično tome se i u Belgiji (Francuska i Njemačka zajednica), Nizozemskoj, Rumunjskoj i Slovačkoj kurikulumi definiraju i provode na lokalnoj razini, pri čemu i škole sudjeluju u definiranju sadržaja predmeta i nastavnih procesa.

Matematički se kurikulum u Španjolskoj, Mađarskoj i Finskoj definira na dvije razine (središnja i regionalna/lokalna), nakon čega školski planovi koji se nalaze u ovom okviru razvijaju posebne teme. Tako primjerice nacionalni jezgrovni kurikulum u Finskoj izrađuje Nacionalni odbor za obrazovanje, a u Mađarskoj tijela središnje vlasti usvajaju jezgrovne kurikulume i skupinu preporučenih okvirnih kurikuluma. Nakon toga lokalna vlast u obje zemlje odlučuje o provedbi tih kurikuluma, te je zbog toga lokalni kurikulum detaljniji te obuhvaća lokalne aspekte. Zatim se na razini škole definiraju posebni školski planovi u kojima su sadržani detaljni ciljevi, a definira ih i odobrava nastavno osoblje.

U zemljama, kao što je primjerice Bugarska, postoje smjernice za nastavnike. Na nacionalnoj razini one se izrađuju kao preporuke i/ili se razvijaju na razini škole. Na razvoju takvog dokumenta u Bugarskoj utječu sve tri razine odlučivanja.

Sveukupno gledajući, škole imaju visok stupanj autonomije u izradi planova za poučavanje matematike. Osim toga škole određuju svoja pravila organizacije i pravila načina vođenja te ustanove. Iako, ako se malo bolje pogleda škole se obično moraju bazirati na okvirnom programu za matematiku koji određuje središnja vlast.

1.2 Diseminacija informacija o izmjenama kurikuluma

"Diseminacija informacija je proces informiranja nastavnika, škola i društva općenito o novim ili revidiranim kurikulumskim idejama, dokumentima ili materijalima s ciljem njihova razumijevanja i prihvaćanja inovacija."² Diseminacija informacija danas se najčešće provodi pomoću posebnih web stranica, koje su pod kontrolom ministarstva obrazovanja ili nacionalnih instituta za istraživanje obrazovanja. Neke od zemalja koje primjenjuju ovu metodu su Belgija (Francuska zajednica), Nizozemska, Ujedinjena Kraljevina (Škotska) i Norveška.

²[1, str. 28]

1.3 Revizija matematičkog kurikuluma

Pomoć u utvrđivanju primjerenih ciljeva učenja te sigurnost da će se ostvariti željeni ishodi učenja, uloga je redovite revizije matematičkog kurikuluma te praćenja poučavanja i učenja. Te izmjene kurikuluma obično se provode postupno kako bi se škole što lakše prilagodile istome. Stoga je negdje potrebno i do tri godine kako bi se završilo uvođenje novog sadržaja ili ciljeva učenja.

Cilj obrazovne reforme, koja uključuje i reviziju matematičkog kurikuluma, podizanje je standarda obrazovanja te učeničkih postignuća. Usvajanje pristupa temeljenog na ishodima učenja, jedan od glavnih razloga nedavnim izmjenama kurikuluma. Ishodi učenja su u Europskom kvalifikacijskom okviru (EQF) definirani kao opisi onoga što učenik zna, razumije i može učiniti na kraju procesa učenja, a opisani su kao znanja, vještine i kompetencije. Oni kurikulumi koji su usredotočeni na rezultate procesa učenja i koji teže cjelovitosti te lakoj prilagodljivosti, temelje se na ishodima učenja. Neke od prednosti pristupa utemeljenog na ishodima učenja prilikom planiranja kurikuluma, u odnosu na pristup temeljen na ciljevima/zadacima:

- "jasniji su iskazi onoga što bi učenici trebali biti u mogućnosti učiniti;
- omogućuju nastavnicima više fleksibilnosti u planiranju poučavanja;
- stavljaju manji naglasak na sadržaj koji treba obraditi, a veći naglasak na vještine/kompetencije koje treba postići;
- za roditelje pružaju konkretnije detalje o uspjehu učenika;
- omogućuje nastavnicima i ravnateljima veću odgovornost za učeničke standarde;
- omogućuju uključivanje viših razina vještine promišljanja;
- dopuštaju različite stilove učenja i oblike promišljanja." ³

Zbog potrebe za individualiziranim poučavanjem, potrebama osobnog razvoja učenika te kako bi ocjenjivanje bilo u skladu s potrebnim ishodima učenja, neke su se zemlje odlučile za izmjenu kurikuluma. Neke su pak zemlje započele reviziju matematičkih kurikuluma i zbog promjene u sadržaju predmeta. Osim toga željele su uvesti kroskurikularne veze između predmetima, stvoriti veću fleksibilnosti u procesu učenja i olakšati učenicima prijelaz s jedne razine obrazovanja na iduću.

³[1, str. 30]

Zbog nedavnih izmjena kurikuluma, u mnogim zemljama smanjen je opseg matematičkog sadržaja. Novi kurikulum u Estoniji, Grčkoj, Francuskoj, Italiji, Portugalu i Ujedinjenoj Kraljevini usmjerio se na kroskurikularne veze i interakciju između matematike, filozofije, prirodoslovlja i tehnologije. Osim toga, praksa pokazuje kako je temelj za učenje drugih školskih predmeta matematički predmetni sadržaj i vještine.

U matematičke kurikulume većine europskih zemlja, uglavnom kao posljedica utjecaja vanjskih ispitivanja, uvedeni su posebni ciljevi ocjenjivanja, te je uvažen pristup koji se temelji na ishodima učenja.

U matematičkom obrazovanju mnogi programi slijede model spiralne organizacije, kako bi osigurali gotovo neprimjentan prijelaz s jedne razina obrazovanja na drugu. U tom modelu, matematički sadržaj i matematički pojmovi nadograđuju se jedan na drugi te se učenicima pruža mogućnost boljeg razumijevanja gradiva na višim razinama obrazovanja.

1.4 Ciljevi učenja te matematički sadržaj i kompetencije u kurikulumu

Važne sastavnice u procesu učenja su ciljevi i ishodi. "Ciljevi učenja opći su iskazi koji su vezani uz sveukupne ciljeve, svrhu i zadatke nastave" ⁴, dok su ishodi učenja više vezani uz ono što se očekuje od učenika po završetku učenja nego ciljeve nastavnika. Ciljevi učenja mogu imati više oblika te mogu biti uži ili širi. Kako bi se osiguralo uspješno školovanje, ciljeve i ishode učenja potrebno je prilagoditi pristupima poučavanju i načinu ocjenjivanja koje se provodi u razrednom odjeljenju. Često dolazi do pogreške te se ishodi i ciljevi učenja smatra sinonimima, no postoji važna razlika između ta dva pojma, ciljevi učenja vezani su uz poučavanje i ciljeve nastavnika, a ishodi se odnose na postignuća učenika.

Posljednjim reformama matematičkog obrazovanja, kako je već i spomenuto, ishodi učenja uključeni su u postupak planiranja kurikuluma. U skladu s tim, u europskim zemljama propisuju se i ciljevi i ishodi učenja. Ciljeve učenja propisuju Nacionalni jezgrovni kurikulum (NCC) i lokalni kurikulum, te su oni u NCC-u prikazani kao kompetencije i stavovi, a u lokalnom kurikulumu kao znanja i vještina.

U Grčkoj, Litvi, Poljskoj i Turskoj ciljevi i ishodi učenja, u pomoćnim materijalima, spominju se kao opće smjernice, dok se u Italiji daju samo preporuke u službenim dokumentima. U tim dokumentima sadržani su opisi glavnih ciljeva i očekivanih ishoda učenja u raznim fazama obrazovanja. Ti opisi temelj su kurikuluma za različite predmete. Neke zemlje preporučuju, a neke propisuju ishode, odnosno ciljeve učenja. Tako Luksemburg preporuča samo ciljeve učenja, ali propisuje ishode učenja za programe obrazovanja, a u

⁴[1, str. 35]

Mađarskoj je situacija suprotna.

Ciljevi učenja i sadržaj matematičkih programa, u većini zemalja, utvrđuju se za svaki ciklus unutar iste razine ili za cijelu razinu obrazovanja. Tako se u Njemačkoj, Francuskoj, Malti, Sloveniji i Turskoj ciljevi i sadržaji definiraju za svaki razred. U Belgiji, Češkoj, Španjolskoj, Cipru, Latviji, Litvi, Austriji i Rumunjskoj ciljevi učenja definirani su za cijelu obrazovnu razinu, a sadržaji obrazovnog programa utvrđuju se za svaki razred. Sadržaj predmeta razdjeljen je među različitim fazama različitih trajanja. Tako je, primjerice, osnovno obrazovanje u Estoniji i Poljskoj podjeljeno u tri, a u Litvi u dvije faze.

1.4.1 Vještine i kompetencije u matematičkom kurikulumu

Gotovo sve europske zemlje s ciljem stjecanje matematičkih vještina i kompetencija, u svoje kurikulume i druge matematičke službene dokumente stavljaju odgovarajuće zahtjeve. Pet ključnih područja matematičkih vještina su ovladavanje osnovnim vještinama i procedurama, razumijevanje matematičkih pojmova i načela, primjena matematike u okruženjima stvarnog života, komuniciranje u matematici i matematičko mišljenje.

1.4.2 Predmetni sadržaj matematike

Istraživanja su pokazala kako kurikulum ima snažan utjecaj na gradivo koje učenici uče, te kako zemlje sa sličnim matematičkim kurikulumom imaju slične odgovore na pitanja o kompetencijama učenika u matematici.

Sve teme obuhvaćene područjem brojevi prisutne su u svim europskim zemljama na osnovnoškolskoj i srednjoškolskoj razini. Potvrđuju to i nacionalni propisi o predmetnom sadržaju matematičkih programa. U nekim zemljama obično se tijekom prve godine obrazovanja obrađuje pitanje "predstavljanja cijelih brojeva" i "osnovnih matematičkih operacija", dok se ostale teme ostavljaju za kasnije obrazovanje.

Područje geometrije sadržano je u svim obrazovnim programima, ali se količina obrađenog sadržaja razlikuje od zemlje do zemlje. U svim nacionalnim obrazovnim programima spominje se učenje osnovnih geometrijskih pojmova kao što su "točka", "dužina", "pravac" ili "kut". Za razliku od toga, u obrazovnim programima nešto manje se spominje proces mjerenja ili ocjenjivanja veličine danih kutova, duljine pravca, opsega, površine i volumena geometrijskih oblika. Ovim procesima Bugarska, Njemačka, Litva, Mađarska, Austrija, Slovačka, Finska, Švedska i Lihtenštajn posvećuju srednjoškolsko kurikulumsko vrijeme. Za razliku od ovih zemlja, Ujedinjena Kraljevina (Engleska, Wales i Sjeverna Irska), Islanda, Turska te djelomično u Italija, na srednjoškolskoj razini obrađuju teme kao što su "uređeni parovi", "jednadžbe", "sjecište" i "odsječak".

U srednjoškolskom obrazovnom programu uglavnom pronalazimo tri teme iz algebre, te se većinom radi o temama kao što su "utvrđivanje zbroja, umnoška i potencije izraza koji sadrži varijable" i "dobivanje jednadžbi/formula i rješavanje problema koristeći ih". Samo Estonija, Grčka, Ujedinjena Kraljevina (Engleska, Wales, Sjeverna Irska) i Island obrađuje jednu temu iz područja algebre na osnovnoškolskoj razini. Na obje razine, podjednako susrećemo teme "proširivanje numeričkih, algebarskih i geometrijskih obrazaca" i "nizovi brojeva, riječi, simbola ili dijagrama". Dok su problemi vezani uz "pronalaženje izraza koji nedostaju" i "izvođenje obrazaca vaza između izraza" učestaliji na srednjoškolskoj razini.

U europskim programima obrazovanja široko je zastupljeno i četvrto područje matematike, podaci i vjerojatnost. Od osnovnoškolskog obrazovanja u većini europskih zemalja obuhvaćene su neke od osnovnih kompetencija kao što su "čitanje tablica, slikokaza, stupičastih, tortnih i linijskih grafikona". Samo na razini srednjoškolskog obrazovanja u dvanaest zemalja obrađuje se poznavanje "organizacije i predstavljanje podataka pomoću slikokaza, stupičastih, tortnih i linijskih grafikona".

1.5 Nastavno vrijeme posvećeno matematici

U osnovnim i srednjim školama, preporučeno nastavno vrijeme za matematiku (kurikulumsko vrijeme u sklopu kojeg se poučava matematika) važna je varijabla u kurikulumu koja pomaže pri objašnjenju koliko je matematika važan predmeta u usporedbi s drugima u kurikulumu.

U osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju godišnje nastavno vrijeme organizira se različito u europskim zemljama. Broj nastavnih sati matematike polako se povećava tijekom obrazovanja, te je najmanji na početku (prve dvije godine), a značajno povećan na razini srednjoškolskog obrazovanja.

Prema preporukama nacionalnih programa, nastava matematike dobiva 15% do 20% ukupnog nastavnog vremena u osnovnoškolskom obrazovanju. Jedina zemlja u kojoj nastavno vrijeme zauzima više od 20% ukupnog nastavnog vremena u osnovnoškolskom obrazovanju je Portugal. U Španjolskoj matematika u osnovnoškolskom obrazovanju obuhvaća 16% nacionalnog jezgrovog kurikuluma i 10% ukupnog preporučenog rasporeda za ovu razinu. Matematika je predmet s najvećim brojem sati tijekom osnovnoškolskog obrazovanja u Luksemburgu i Malti.

Nastavno vrijeme predviđeno za obavezne predmete uvelike se razlikuje u osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju. Udio vremena koje se predviđa za jezik nastave i matematiku smanjuje se na srednjoškolskoj razini, dok se vrijeme za prirodne i društvene znanosti te strane jezike povećava u gotovo svim zemljama. Stoga matematika u obveznom

srednjoškolskom obrazovanju zauzima između 10% do 15% ukupnog rasporeda. Međutim u Njemačkoj, Francuskoj, Italiji i Turskoj matematika dobiva veći postotak ukupnog vremena, dostižući 20%.

Matematika se u osnovnoškolskom obrazovanju u prosjeku poučava 110-120 sati godišnje. Godišnji broj sati uglavnom je nepromijenjen u Njemačkoj, Grčkoj, Francuskoj, Austriji, Lihtenštajnu i Turskoj tijekom cijelog osnovnoškolskog obrazovanja, te je tu najveći prosječni broj sati matematike 137 sati. U Bugarskoj, Estoniji, Irskoj, Latviji, Litvi, Rumunjskoj, Sloveniji, Slovačkoj i Finskoj godišnji broj sati se povećava s godinama učenika. Počinje sa 72 ili 75 sati te se povećava do posljednjeg razreda osnovnoškolske razine. U nekim zemljama se primjenjuje pristup u kojem preporučeni broj sati matematike tijekom osnovnoškolskog obrazovanja opada. U tom slučaju, tijekom prve dvije godine obrazovanja učenici imaju između 150-160 sati matematike godišnje (do 216 u Luksemburgu i 252 u Portugalu), te se nakon toga broj sati smanjuje.

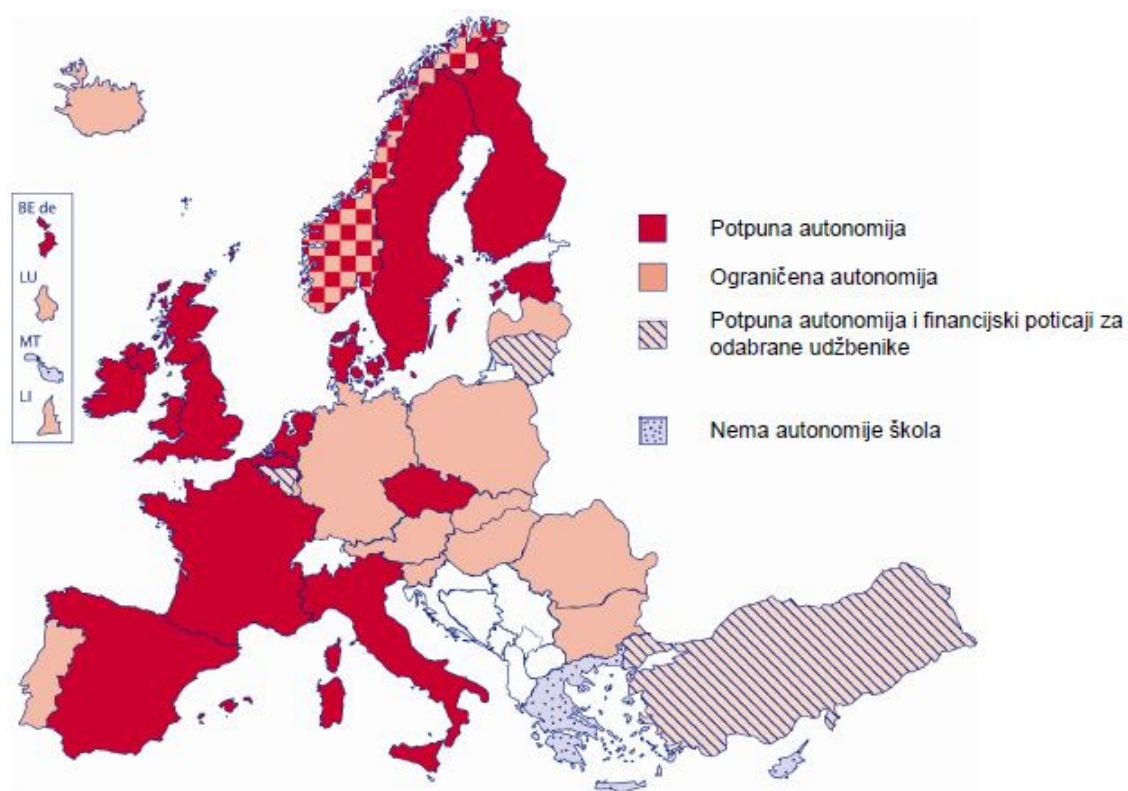
1.6 Udžbenici i nastavni materijali u matematici

Udžbenici i drugi nastavni materijali važan su čimbenik pri poučavanju. Analizom je utvrđeno da nastavni materijali nisu dosljedni, te da nisu usmjereni na ono što se nalazi u kurikulumu. Stoga je važno uskladiti nastavne materijale i kurikulum.

Prilikom izbora udžbenika matematike, škole uglavnom imaju neku razinu autonomije. Kao što možemo vidjeti na *Slici 1* u većini zemalja škole imaju potpunu autonomiju, što bi značilo da mogu birati između svih dostupnih udžbenika. U Norveškoj postoji kombinacija ograničene i potpune autonomije, jer ondje postoji lokalna varijacija zbog lokalne i školske autonomije.

Također možemo vidjeti kako jedna trećina zemalja ima ograničenu autonomiju što bi značilo da škole trebaju izabrati između udžbenika s popisa ili mogu birati između dostupnih udžbenika koji su prethodno odabrani od strane ministarstva obrazovanja, kao što je slučaj u Portugalu.

U Ujedinjenoj Kraljevini (Škotska) o primjeni udžbenika u potpunosti odlučuje sama škola i nigdje ne stoji da je primjena udžbenika neophodna. S druge strane, niz škola koristi širok spektar sredstava, iako imaju temeljni udžbenik kao pomoć u učenju matematike, kako bi osigurale najbolju potporu učenju. Na izbor udžbenika i drugih nastavnih materijala mogu utjecati financijski mehanizmi, kao što je to slučaj u Litvi, Belgiji (Francuska zajednica) i Turskoj. Također u četiri zemlje (Austrija, Mađarska, Slovenija, Španjolska) postoji mogućnost pružanja posebne potpore roditeljima za nabavu udžbenika, u obliku subvencije ili posudbe.



Slika 1: Razine autonomije u odabiru udžbenika matematike, razine ISCED 1 i 2, 2010./11.
[1, str. 46]

2 Nastavni pristupi, metode i organizacija razreda

Primjerene nastavne metode i pristupi koje se primjenjuju u nastavi matematike u školama mogu utjecati na učenikovu želju za učenjem u razredu te isto tako i na kvalitetu učenja, te na osjećaj ugone za vrijeme učenja. Ukoliko su metode primjerene, one mogu unaprijediti učenikovo razumijevanje i pomoći mu prilikom savladavanja matematičkih pravila i postupaka. Nastavne metode se primjenjuju na sadržaj predmeta i na to kako se poučava. Osim toga, utječu i na međudjelovanja u razredu, kao što su komunikacija između nastavnika i cijele razredne skupine, te između nastavnika i pojedinih učenika ili između manjih skupina učenika.

2.1 Raspon nastavnih metoda

Provedena su mnoga ispitivanja i znanstvene studije o najučinkovitijim metodama u nastavi matematike. U Engleskoj je Nacionalni centar za izvrsnost u poučavanju matematike (NCETM) proveo jednogodišnje istraživanje pod nazivom *Matematika je važna* s ciljem utvrđivanja obilježja učinkovitog poučavanja matematike. Istraživanjem je utvrđeno kako ne postoji jedna najbolja metoda, te kako postoje mnoge različite vrste učenja i mnoge različite metode koje se trebaju primijeniti. Temeljem tih istraživanja došlo se do zaključka kako učenicima sljedeće vrste učenja mogu pomoći:

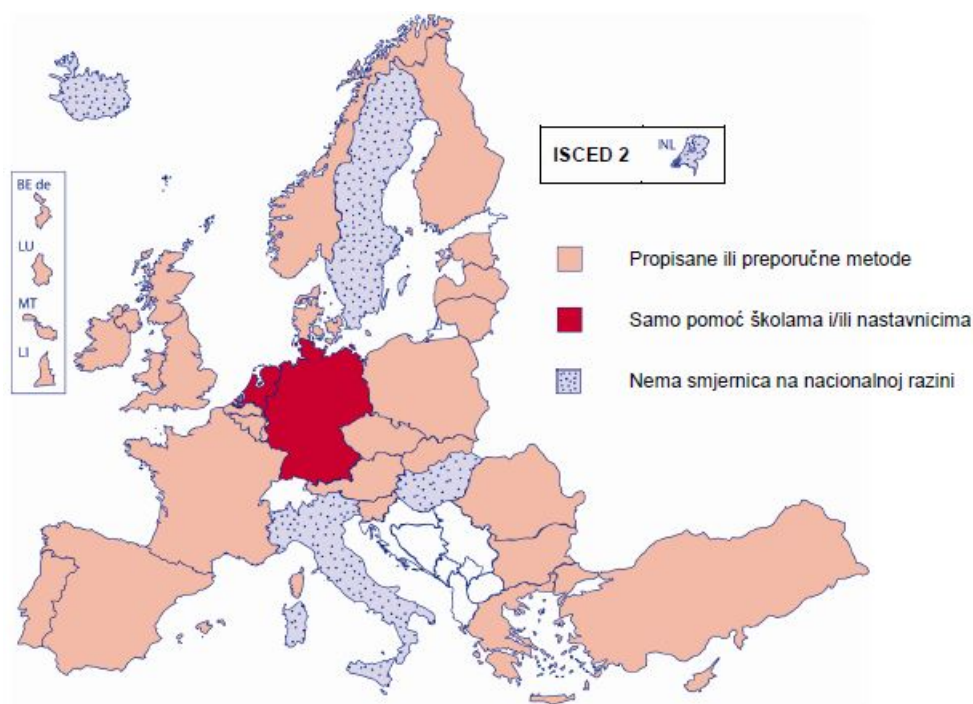
- "tečnost u prisjećanju činjenica i primjeni vještina;
- konceptualno razumijevanje i tumačenje potrebno u prezentiranju;
- strategije istraživanja i rješavanja problema;
- shvaćanje snage matematike u društvu." ⁵

U razvoju ovih različitih vrsta učenja, primjerene su različite metode. Neke od njih su poticanje na zaključivanje te razvijanje matematičkog jezika kroz komunikacijske aktivnosti.

Također se pokazalo kako nema jednog ispravnog poučavanja matematike, nego je najbolja kombinacija više njih, s tim da se treba pripaziti o kakvom se okruženju radi i kakvi se ishodi učenja žele postići, te se prilagoditi tome. Iz tih razloga, stručna usavršavanja nastavnika najbolji su način k unaprjeđenju poučavanja. Ondje se nastavnici upoznaju sa različitim metodama te nakon toga oni imaju veći izbor kada i koju metodu primijeniti.

U većini europskih zemalja, kao što možemo vidjeti na *Slici 2* propisuju se ili preporučuju nastavne metode na nacionalnoj razini. Za razliku od njih, na nacionalnoj razini

⁵[1, str. 51]



Slika 2: Nacionalne smjernice vezane uz nastavne metode u matematici, razine ISCED 1 i 2, 2010./11. [1, str. 53]

u Njemačkoj i Nizozemskoj (ISCED 1) nastavnicima i školama pomoć se pruža samo u obliku mrežnih stranica ili drugih nastavnih resursa, dok u Italiji, Mađarskoj, Nizozemskoj (ISCED 2), Švedskoj i Islandu nastavnici ne dobivaju nikakve smjernice i sami odlučuju koje će metode koristiti.

Zajednički zaključak mnogih istraživanja je da raznolike aktivnosti i metode mogu stvoriti dodatnu vrijednost, te se vodeći tom logikom u većini zemalja koristi niz nastavnih metoda. Primjerice u Grčkoj nastavnicima je omogućen odabir metode koju žele koristiti, te je primjenjivati samu ili u kombinaciji s nekom drugom. Pri tome se preporučavaju strategije aktivnog učenja kroz istraživanja, posjete raznim lokalitetima, prezentacije uz primjenu odgovarajućim pomagala i slično. Drugi primjer možemo pronaći u Njemačkoj, gdje su federalne vlasti pokrenule program pod nazivom SINUS (*Steigerung der Effizienz des mathematischnaturwissenschaftlichen Unterrichts* - Povećanje učinkovitosti poučavanja matematike i prirodoslovlja). Cilj tih programa je učiniti učinkovitijim poučavanje matematike i prirodoslovlja. U Irskoj se učinkovitim načinom poučavanja matematike smatra problemsko učenje, rasprave i povezivanje sadržaja predmeta sa svakodnevnim životom.

2.1.1 Povezivanje matematike sa svakodnevnim životom

Jedan od ciljeva kurikuluma i/ili drugih službenih dokumenata u svim zemljama Europe je primjena matematike u svakodnevnom životu. Prema podaci ispitivanja TIMSS 2007 odnosno prema izjavama nastavnika, vidljivo je kako oni od učenika često traže povezivanje gradiva iz matematike s njihovim svakodnevnim životima. Primjerice u Španjolskoj je stavljen naglasak na korištenju onoga što je učenicima poznato kao poveznice sa onim što uče. Slično je u Irskoj gdje se preporuča korištenje konkretnih primjera kako bi učenici što bolje razumjeli ono što rade na nastavnim satima matematike te kako bi razvili vještinu za rješavanje problema. U Estoniji se za razumijevanje longitudinalnih jedinica u osnovnoškolskom obrazovanju koristi učenje kod kuće, dok u srednjoškolskom obrazovanju nastavnike se u poučavanju geometrije i simetrije potiče na stvaranje poveznica s arhitekturom i likovnom umjetnošću. U Poljskoj je preporuka da se istakne veza između matematike i svakodnevnog života u pojedinim matematičkim pitanjima (npr. mjerne jedinice, računanje površine, itd.)

2.1.2 Problemsko učenje (PBL)

Problemsko učenje često se primjenjuje u Europi. Ono je usmjereno na stjecanje znanja i vještina kroz analiziranje i rješavanje postavljenih problema. Nastava, odnosno učenje odvija se u manjim skupinama uz vodstvo nastavnika kao posrednika. Kroz samousmjereno učenje stječu se nove informacije, a problemi s kojima se susreću koriste se kao sredstva stjecanja traženog znanja. Problemsko učenje ili učenje kroz istraživanje ili zaključivanje preporučuju obrazovna tijela niza europskih zemalja. Prema rezultatima istraživanja TIMSS te izvješćima zemalja "primjena činjenica, pojmova i procedura u rješavanju rutinskih problema" ili "odlučivanje o postupcima za rješavanje složenih problema" redovito se primjenjuje u školama europskih zemalja. U Španjolskoj "procesu rješavanja problema jedna su od središnjih tema matematičke aktivnosti i trebaju biti izvor i glavna podrška učenju matematike tijekom osnovnoškolskog obrazovanja." ⁶ Kao temelj učenja matematike, prema pravilima novog nacionalnog kurikuluma na Cipru postavlja se rješavanje problema, istraživanje i zaključivanje.

2.1.3 Aktivno učenje i kritičko mišljenje

Aktivno učenje učenike potiče na učenju kroz rasprave, projektni rad, praktične vježbe i druge načine koji im pomažu u promišljanju i objašnjavanju vlastitog procesa učenja

⁶Kraljevska odluka 1513/2006, o nacionalnom jezgrovnom kurikulumu za osnovnoškolsko obrazovanje

matematike. Kritičko mišljenje često je povezano sa mogućnošću provedbe analize, sinteze i vrednovanja informacija koje se prikupljaju kroz promatranje, iskustvo ili zaključivanje. Ono se koristi prilikom rješavanja problema, te odabiru drugih mogućnosti i donošenju sudova. Razvijanje "komuniciranja u matematici" jedna je od ključnih kompetencija koje učenici trebaju razviti, a kao primjer dobre prakse navode se aktivno učenje i kritičko mišljenje.

Aktivno učenje u Belgiji (Flamanska zajednica i Francuska zajednica) smatra se izuzetno važnim u razvoju učenikova samopouzdanja, samostalnosti i kreativnosti. U Češkoj je pokrenut projekt *Kreativna škola* koja okuplja osnovne škole s ciljem razmjenjivanja dobrih iskustava u aktivnom učenju, te kako bi se stručno usavršili nastavnici. Osim toga svrha tog projekta je i pripremanje nastavnih materijala i pokretanje pilot-razreda u aktivnom učenju. Slovenija također provodi pristup aktivnog učenja, te kao primjer prakse navodi razvoj fizičkih odnosno motoričkih sposobnosti uz kognitivnu sposobnost. Učenici iz sportskih aktivnosti prikupljaju podatke te o njima raspravljaju iz perspektive "područja mjerenja". U Ujedinjenoj Kraljevini kao jedna od strategija provedbe spominje se samovrednovanje učenika.

O sličnim metodama učenja prikupljane su informacije u ispitivanju PISA 2003. Oni te metode nazivaju "kontrolnim strategijama". Njima se pokušalo utvrditi kako dobro učenici kontroliraju vlastito učenje, postavljaju sebi jasne ciljeve i prate vlastiti napredak. Pokazalo se da se kontrolne strategije najviše koriste u Njemačkoj i Austriji, a najmanje u Finskoj i Švedskoj.

2.1.4 Memoriranje

Metoda memoriranja rijetko se preporučuje ili propisuje, iako rezultati ispitivanja TIMSS pokazuju da se često primjenjuje. Ispitivanje je pokazalo da nastavnici od učenika traže pamćenje formula i postupka i to češće kod učenika osmih nego učenika četvrtih razreda. Iz izvješća je vidljivo kako se ova metoda najrjeđe, odnosno gotovo i nekoristi u Češkoj, Njemačkoj, Švedskoj i Norveškoj, a najviše u Latviji, Litvi i Italiji.

Kako je pokazalo ispitivanje PISA 2003, 15-godišnjaci često primjenjuju strategije kao što su pronalaženje primjera i pamćenje koraka u postupcima. Učenici su naveli učestaliju primjenu ovih strategija u Grčkoj, Mađarskoj, Poljskoj i Ujedinjenoj Kraljevini (Škotska), dok za razliku od njih u Belgiji, Danskoj, Finskoj i Lihtenštajnu učenici su naveli rjeđu potrebu za upotrebom strategije memoriranja. Analizama ovih istraživanja može se zaključiti kako je memoriranje neučinkovita strategija za učenje matematike te da slabiji učenici imaju veću sklonost ovoj strategiji.

2.2 Organizacija razreda

Učenike se na može svrstati u skupine na razini cijelog razreda pri čemu ih se stavlja u različite skupine prema sposobnostima na svim satima ili ih se svrstava u skupine za različite predmete. Brojna istraživanja koja su provedena, ispitivali su utjecaj grupiranja prema sposobnostima općenito te isto tako i u matematici. Prema rezultatima tih istraživanja vidljivo je kako je ukupni utjecaj na postignuća u matematici i ostalim predmetima malen. Jedan od ključnih zaključaka je da su "ključna pitanja kvaliteta poučavanja i prirodna interakcija učenika, a ne kompozicijska struktura razreda" [1, str. 58].

Analizom studija o tome kako svrstavanje učenika u skupine prema sposobnostima i prema rodu utječe na nastavu matematike bavili su se Chris Kyriacou i Anne Goulding. Otkrili su kako takvo svrstavanje nema dobar utjecaj na motivaciju učenika, te da organiziranje dječaka u zasebne razrede nema željene posljedice u poboljšanju njihova ponašanja. U nacionalnim kurikulumima i drugim službenim dokumentima manje od polovice europskih zemalja postoje preporuke ili propisi o grupiranju učenika u školama.

U nekim zemljama, primjerice u Češkoj opće preporuke ili propisi primjenjuju se na različite predmete, uključujući matematiku, dok u ostalim zemljama o tome odlučuje škola ili pojedini nastavnici. Tako je svrstavanje u skupine u Francuskoj dozvoljeno tek nakon što nastavnici dobiju dopuštenje školskog administrativnog vijeća za provedbu plana rada.

Prema informacijama o vrstama grupiranja, koje su pružile mnoge zemlje, vidljivo je kao je najčešći pristup svrstavanje učenika u skupine prema sposobnostima. Takav pristup najčešće se primjenjuje u Belgiji (Flamanska zajednica), Češkoj, Španjolskoj, Litvi, Malti, Nizozemskoj, Austriji, Poljskoj, Rumunjskoj, Sloveniji, Ujedinjenoj Kraljevini i Norveškoj.

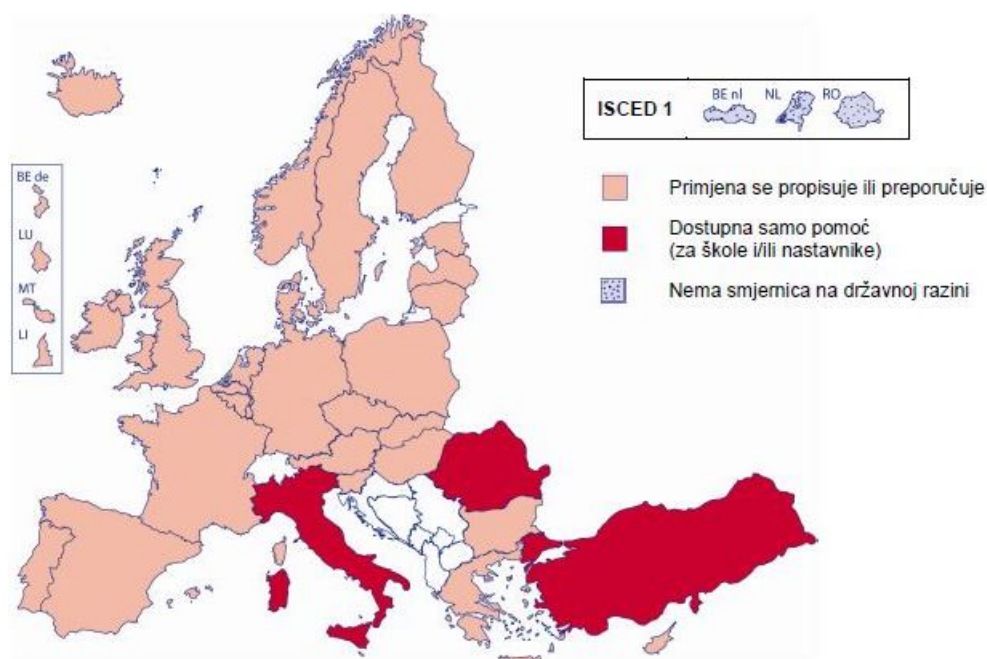
Rad u manjim skupinama i/ili individualni rad, metode su koje se često koriste u nastavi. Danska koristi pristup u kojem potiče skupinu na stjecanje osjećaja samostalnosti, na način da se razred dijeli u četiri skupine, te pri tome svaka skupina radi na različitim aktivnostima. Slično je i u Belgiji (Njemačko govorno područje) gdje se zagovara samostalno učenje.

2.3 Informacijsko-komunikacijska tehnologija u nastavi matematike

Primjena informacijsko - komunikacijskih tehnologija (ICT), pokazali su rezultati istraživanja, može imati pozitivan učinak na podizanje motivacije i uspješnije dublje razumijevanje matematike. Također se pokazalo kako uz odgovarajuće pozitivno razredno okruženje, u razvoju boljeg razumijevanja matematičkih pojmova, unaprjeđenju uspjeha u procjenama i unaprjeđenju vještina rješavanja problema od koristi mogu biti priručni

grafički uredaji.

Rezultati istraživanja vezanih uz učinkovite pedagoške pristupe pokazali su kako bi nastavnikov repertoar trebao sadržavati brojne metode, među kojima i primjenu ICT-a te da bi uspješan nastavnik trebao znati kako i kada ga najbolje upotrijebiti. Također, podaci međunarodnih ispitivanja pokazuju kako se računala ne koriste često na satovima matematike iako su dostupna.



Slika 3: Smjernice na nacionalnoj razini o primjeni informacijsko - komunikacijskih tehnologija u podučavanju matematike, razine ISCED 1 i 2, 2010./11. [1, str. 61]

U svim zemljama, kao što možemo vidjeti i na *Slici 3*, propisuje se ili preporuča primjena ICT-a u nastavi matematike. Primjerice, na Cipru za različita područja matematike preporuča se korištenje malih samostalnih programa, *apleta*. Na Malti učenici trebaju koristiti proračunske tablice, računalni program vezan uz algebarske sustave, programske jezike i dinamičku geometriju. Primjena raznih ICT alata u Sloveniji se preporuča prilikom razvoja matematičkih pojmova, istraživanja i modeliranja, vježbanja tijekom postupka, predstavljanju rezultata i ocjenjivanju. U Portugalu se primjena ICT-a preporuča u svim predmetima i na svim obrazovnim razinama. Kao primjer dobre prakse Češka, Italija, Poljska, Lihtenštajn navode e-učenje.

2.3.1 Primjena računala

Temeljem većine istraživanja možemo zaključiti kako primjena računala može biti korisna u određenim situacijama:

- "kada se koriste za računanje, vježbu i praktični rad te provjeru rezultata;
- kada smanjuju kognitivno "opterećenje" učenika kako bi se oni mogli posvetiti drugim, višim, matematičkim pojmovima;
- kada se koriste u pedagoške svrhe u kojima trebaju biti važan dio procesa učenja i poučavanja." ⁷

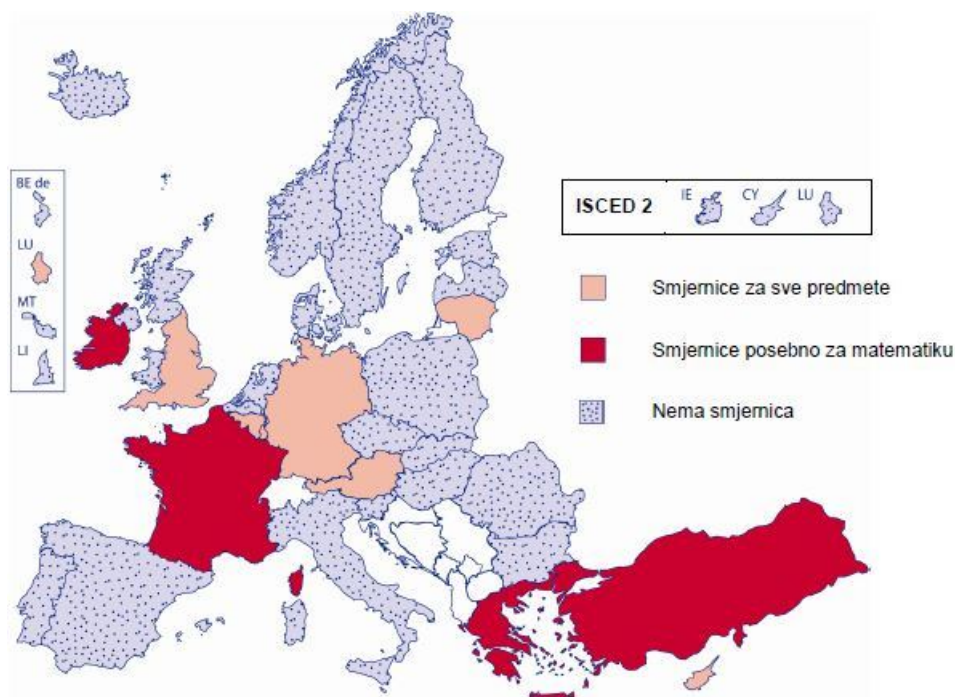
U gotovo svim europskim zemljama, kurikulumi propisuju, preporučuju ili podržavaju primjenu računala u nastavi matematike. No, ipak u nekim zemljama postoje i određena ograničenja u primjeni računala. Tako se u Lihtenštajnu u preporuci navodi kako se računala ne bi trebala upotrebljavati prije nego što učenik dostigne razinu srednjoškolskog obrazovanja. U Irskoj je primjena računala dopuštena tek nakon što učenici steknu vještinu u osnovnim operacijama s brojevima i lakoću u primjeni istih. Na Cipru se primjena računala preporuča samo za učenike u osnovnoškolskom obrazovanju.

2.4 Zadavanje domaćeg rada

U velikom broju istraživanja istraživala se veza između učeničkih postignuća i domaćeg rada. Na temelju tih istraživanja došlo se do zaključka kako domaći rad ima pozitivno djelovanje na učenje. Također se pokazalo kako pozitivni učinci domaćeg rada imaju veze i sa samom duljinom domaćeg rada. Utvrdilo se kako učestalost domaćeg rada iz matematike ima pozitivan utjecaj na postignuća učenika, dok domaći rad i zadaci koji zahtijevaju dulje vrijeme imaju sasvim suprotan utjecaj. Nacionalna obrazovna tijela, u većini zemalja, ipak ne daju smjernice u službenim dokumentima o tome treba li se učenicima zadavati domaći rad iz matematike. Uglavnom je to prepušteno odluci škole i nastavnika.

U većini zemalja (*Slika 4*) dane su opće smjernice za sve predmete, samo su u Irskoj (osnovnoškolsko obrazovanje), Francuskoj (srednjoškolsko obrazovanje), Grčkoj i Turskoj dane posebne smjernice za matematiku. U Irskoj je domaći rad zamišljen kao utvrđivanje gradiva te proširivanje onoga što je naučeno na nastavi. Domaći rad je zapravo zamišljen kao poveznica između doma i škole, pa se domaće zadaće uglavnom odnose na neke

⁷[1, str. 63]



Slika 4: Nacionalne smjernice o zadavanju domaćeg rada, razine ISCED 1 i 2, 2010./11. [1, str. 65]

primjene iz svakodnevnog života. U Francuskoj domaći rad nastavnici moraju redovito pregledavati i ispravljati. U Grčkoj on mora biti usklađen sa sadržajem školskog udžbenika te mu biti dopuna. Domaći rad, osim toga ne smije biti težak, te mora zahtijevati minimalnu pomoć roditelja ili drugih osoba. U Turskoj se prema kurikulumu domaći rad treba zadavati ovisno o učeničkoj motivaciji, te on može biti osmišljen kao doprinos portfelju.

Svrha domaćeg rada trebala bi biti utvrđivanje gradiva koje je prethodno učeno, te mora biti primjerene razine za učenika. Stručnjaci napominju da domaći rad treba prilagoditi razini kompetencija i dinamici učenja svakog učenika te da za rješavanje domaćeg rada treba predvidjeti 20-30 minuta. Ukoliko je količina vremena koje je potrebno za rješavanje domaćeg rada prevelika, to može imati negativni učinak na motivaciju učenika za učenje matematike. Neke zemlje, kao što su Ujedinjeno Kraljevstvo, smatraju da domaći rad treba služiti jačanju odnosa između roditelja i djece, dok neke kao što su Cipar i Francuska smatraju da roditeljska pomoć nije potrebna, odnosno zabranjena je prilikom rješavanja domaćeg rada.

3 Ocjenjivanje u matematici

Ključni alat praćenja i unaprjeđenja procesa učenja i poučavanje je ocjenjivanje znanja i vještina učenika. Svim se učenicima, kako onim s boljim, tako i onima sa slabijim postignućima, pokazala korisnom primjena ocjenjivanja za učenje. Prilikom toga u Europi se koriste različiti instrumenti i metode ocjenjivanja, te se samo ocjenjivanje pojavljuje u različitim oblicima. Modeli koji se rabe mogu biti unutarnje ili vanjsko ocjenjivanje, formativno ili sumativno.

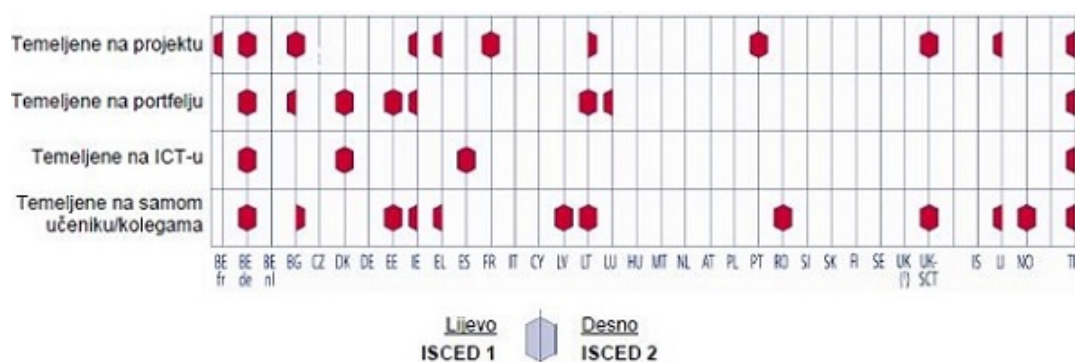
Istraživanja su pokazala kako se ocjenjivanje češće koristi za gradiranje uspjeha učenika, a rjeđe kako bi im se pomoglo da poboljšaju uspjeh. Važnu ulogu u procjeni učeničkih znanja i vještina imaju nastavnici, te im je stoga potrebno usavršavanje i vodstvo kako bi se uspješno nosili s time.

3.1 Oblici ocjenjivanja

Mogu se izdvojiti dva glavna oblika ocjenjivanja:

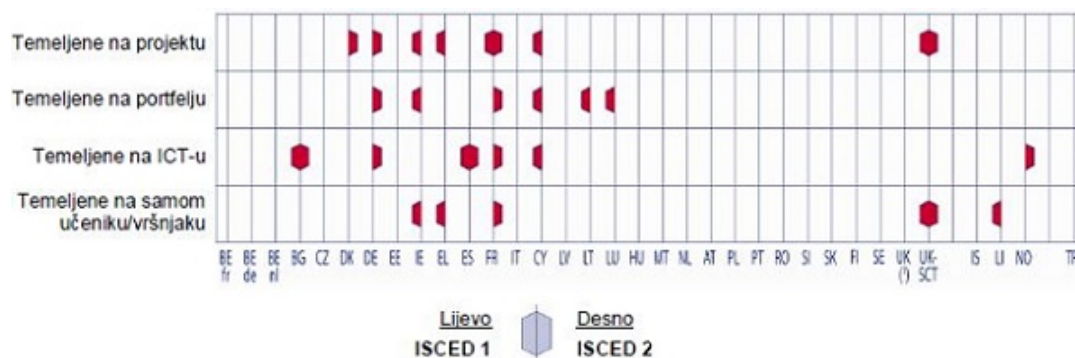
- ocjenjivanje kod kojeg se rezultati koriste u formativne svrhe - kako bi se unaprijedilo buduće poučavanje i učenje
- ocjenjivanje kod kojeg se rezultati koriste u sumativne svrhe - kako bi se dobili dokazi o učenikovom postignuću tijekom određenog razdoblja učenja.

U izvješću o formativnom vrednovanju iz 1998. godine tvrdi se da ocjenjivanje postaje formativno kada se informacije izvedene iz njega rabe u prilagođavanju poučavanja i učenja s ciljem zadovoljavanja potreba učenika. Nešto novija saznanja vezana za formativno ocjenjivanje opisana su u knjizi Jamesa Pophama iz 2008.godine. U njoj se opisuju "napretci u učenju" za koje nastavnici trebaju dobro poznavati proces učenja te znati koje su vještine i pojmovi ključni preduvjeti za pojedinu vrstu učenja. Time se želi ukazati na poteškoće s kojima se nastavnici susreću, ne samo u matematici nego i u drugim predmetima prilikom provedbe učinkovitog formativnog ocjenjivanja. Ovim oblikom ocjenjivanja bavi se i Bennett (2011. g) koji tvrdi da "će nastavnik koji ima slabo poznavanje kognitivnih procesa manje znati koja pitanja postaviti učenicima, što tražiti u njihovom radu, koje zaključke donijeti o znanju učenika iz tog rada." Osim ovog Bennett ističe i drugo važno pitanje, pitanje interakciji između formativnog i sumativnog ocjenjivanja. Također napominje potrebu za usklađenošću sastavnica obrazovnog sustava radi učinkovitog djelovanja.



Slika 5: Nacionalne smjernice o metodama ocjenjivanja u formativne svrhe u matematici, razine ISCED 1 i 2, 2010./11. [1, str. 73]

U europskim zemljama postoje nacionalne smjernice o metodama ocjenjivanja znanja i vještina iz matematike. One temeljene na projektu, portfelju, ICT-u, samoocjenjivanju i ocjenjivanju od strane kolega u sumativne svrhe koriste se rjeđe od onih u formativne svrhe.



Slika 6: Nacionalne smjernice o metodama ocjenjivanja u sumativne svrhe u matematici, razine ISCED 1 i 2, 2010./11. [1, str. 74]

Pogledamo li *Sliku 5* i *Sliku 6* možemo vidjeti kako u polovici zemalja nema smjernica za bilo koji od navedenih oblika ocjenjivanja. Iznimka je Francuska, gdje relevantni dokumenti daju brojne primjere svih vrsta ocjenjivanja - dijagnostičko, formativno, sumativno i samovredovanje.

Rezultati istraživanja PISA 2003 pokazuju da su najčešće metode ocjenjivanja ispiti koje sastavljaju nastavnici te zadaci, projekti i domaći radovi učenika. Osim toga iz njih se može vidjeti i da su učenički portfelji korišteni češće nego standardizirana ocjenjivanja. Ovakvo ocjenjivanje najviše je korišteno u Danskoj, Španjolskoj i Islandu. Rezultati su

također pokazali da se na razini škole podaci ocjenjivanja najviše koriste u svrhu informiranja roditelja o napretku njihova djeteta.

3.2 Nacionalni ispiti

Često ono što se ocjenjuje određuje kako će se nešto poučavati i na koji će način to gradivo učenici učiti. Na taj se način nastavnicima najčešće smanjuje mogućnost primjene učinkovitih i inovativnih načina poučavanja. Najčešće se to događa ako se rezultati tih ispita kasnije koriste u neke važne svrhe, kao što su vrednovanja škola ili nastavnika.

Nacionalni ispiti mogu biti obavezni za sve učenike ili izborni, ili se mogu provoditi na uzorku učenika, ovisno o ciljevima koji se žele postići. Njihovi rezultati najčešće se rabe u svrhu dodjele svjedodžbi te za praćenje i vrednovanje škole ili cjelokupnog sustava, dok se rjeđe koriste u formativne svrhe kako bi se izdvojile posebne obrazovne potrebe učenika.

Neke zemlje ovim ispitima, pokazalo je izvješće, procjenjuju znanje i vještine samo iz pojedinih predmeta, odnosno onih koji se smatraju jezgrovim kurikulumom, dok neke ispituju veći broj predmeta. Što se matematike tiče, ona se ispituje i u zemljama u kojima se ispituju redovito samo dva ili tri predmeta. Tako primjerice Malta i Norveška nacionalne ispite iz matematike provode gotovo svake školske godine. No većina zemalja nacionalne ispite provodi samo dva ili tri puta tijekom obaveznog obrazovanja.

Iako se broj europskih zemalja koje provode nacionalne ispite povećao, podaci međunarodnog ispitivanja pokazuju kako nastavnici ovom načinu procjene znanja pridaju ograničenu važnost. Rezultati ispitivanja TIMSS 2007 pokazuju da nastavnici na nacionalne ili regionalne ispite stavljaju umjeren naglasak, te slab ili nikakav naglasak na ove ispite kao izvor informacija. Nastavnici u Češkoj, Italiji, Cipru, Litvi, Mađarskoj, Ujedinjenoj Kraljevini (Škotska) i Norveškoj stavljaju značajan naglasak na nacionalne ili regionalne ispite u praćenju napretka učenika.

3.3 Matematika na kraju srednjoškolskog obrazovanja

Na kraju srednjoškolskog obrazovanja, u polovici europskih zemalja matematika je obavezni predmet za sve učenike, dok u Austriji, Italiji, Nizozemskoj, Luksemburgu i Rumunjskoj samo su učenici određenih smjerova obrazovanja dužni polagati ispite iz matematike. Ujedinjena Kraljevina i Mađarska stavljaju velik naglasak na matematiku te smatraju kako ona ima veliku važnost u daljenjem obrazovanju i budućoj karijeri svakog učenika. Učenici u Engleskoj, Walesu i Sjevernoj Irskoj u dobi od 16 godina polažu ispite iz matematike te su rezultati tih ispita dio kriterija kojima se mjeri uspjeh škola.

4 Suočavanje s problemom slabih rezultata u matematici

Sve europske zemlje suočavaju se s problemom slabog uspjeha u matematici. Razlog tome nisu samo učinkovitost poučavanja i učenja, nego i pravednost obrazovnog sustava. Kako bi se pomoglo učenicima sa slabijim rezultatima i smanjila stalno prisutna razlika između učenika s najboljim i najslabijim uspjehom, razvijeno je mnogo pristupa.

Na temelju mnogih međunarodnih studija došlo se do zaključka kako su slabi rezultati u matematici složena pojava. U procjeni uspjeha u matematici i određivanju uzroka slabih rezultata učenika europskih zemlja često se koriste informacije dobivene ispitivanja PISA i TIMSS. Osim rezultata ovih istraživanja, neke analize se temelje i na rezultatima nacionalnih standardiziranih ispita. Prema analizama oba ova slučaja, možemo zaključiti kako na slabe rezultate utječe niz čimbenika koji su vezani za stanje u obiteljima te čimbenika koji su vezani uz školu.

U Flamanskoj zajednici Belgije nacionalna vrednovanja uspjeha pokazala su kako su slabi rezultati u matematici povezani s jezikom koji se govori u obitelji kada je on drugačiji od jezika nastave, slabom unutarnjom motivacijom te lošim socioekonomskim stanjem. Rezultati nacionalnih vrednovanja u Irskoj pokazali su kako su čimbenici koji utječu na slabe rezultate mnogobrojne obitelji, nezaposlenost roditelja, pripadnost nomadskoj populaciji, obitelji s jednim roditeljom ili materinji jezik koji je drugačiji od jezika nastave. Osim toga zaključili su kako su široka dostupnost knjiga i obrazovnih sredstava kod kuće, samopouzdanje roditelja u pomaganju s domaćim radom, pozitivniji pojam o sebi u odnosu na učenje matematike pozitivni čimbenici vezani za rezultate ispita. Slično tome, u Španjolskoj izvješća ukazuju na vezu između razine postignuća u matematici i četiriju izvanškolskih čimbenika: razine obrazovanja roditelja, zanimanja roditelja, broja knjiga kod kuće te dostupnosti drugih sadržaja kod kuće, kao što je mirno mjesto za učenje i internetska veza.

Postoje i neki dodatni čimbenici koji utječu na problem slabih rezultata. Izvješća u Italiji ukazuju na regionalne razlike između sjevernih i južnih dijelova zemlje. Također se pokazalo da učenici koji nisu Talijani postižu značajno slabije rezultate od talijanske djece. U Rumunjskoj su nacionalna izvješća izdvojila nekoliko čimbenika koji negativno utječu na ruralne škole: slaba motivacija (društvena i financijska), nestručnost i nedostatak matematički kvalificiranih učitelja i nastavnika, te svrstavanje učenika u razredna odjeljenja miješane dobi u osnovnoškolskom obrazovanju. U Švedskoj se pokazalo kako i strukturalni čimbenici kao što su veća decentralizacija u upravljanju školama, raspodjela sredstava i usmjeravanje učenika po sposobnostima, kao i čimbenici unutar razreda, kao

što su utjecaj vršnjaka i očekivanja nastavnika, utječu na uspjeh učenika.

Nacionalna izvješća i studije osim što ukazuju na čimbenike koji utječu na slabe rezultate učenika, pokazuju i problematične predmetne sadržaje i matematičke vještine. Kao problemska područja za učenike u Irskoj, Litvi, Rumunjskoj i Sloveniji izdvojeni su algebra, matematičke komunikacije i rješavanje problema u kontekstu. Slično tome, danski su nastavnici naglasili, kao osobito teško ostvarive ciljeve, komunikaciju, rješavanje problema i razumijevanje uloge matematike u kontekstu.

4.1 Važna saznanja o učinkovitim mjerama rješavanja problema slabih rezultata

Vrlo važni čimbenici problema slabih rezultata su i izvanškolski faktori i utjecaji. Pri tome se misli na učenikov socioekonomski status i obrazovni stupanj roditelja i jezik koji se kod kuće govori. Kako bi se smanjio broj učenika koji su slabi u matematičkom znanju, bilo bi potrebno kombinirati pristupe koji bi istovremeno utjecali na niz čimbenika u i izvan škole.

Strategije koje se bave slabim rezultatima, kako bi bile uspješne, trebale bi biti dio svih vrsta učenja i poučavanja, sadržaja i organizacije kurikuluma, razredne prakse te obrazovanje i usavršavanje učitelja i nastavnika. Odnosno, cjelokupni pristup učeniku trebao bi sadržavati mjere koje pozitivno utječu na sve učenike, a posebice one sa slabim uspjehom. Na taj bi način nastavnici, uz prepoznavanje zajedničkih obrazovnih potreba svih učenika u razredu, posebnu pažnju trebali posvetiti individualnim potrebama učenika i njihovim načinima učenja, te prema tome prilagoditi poučavanje.

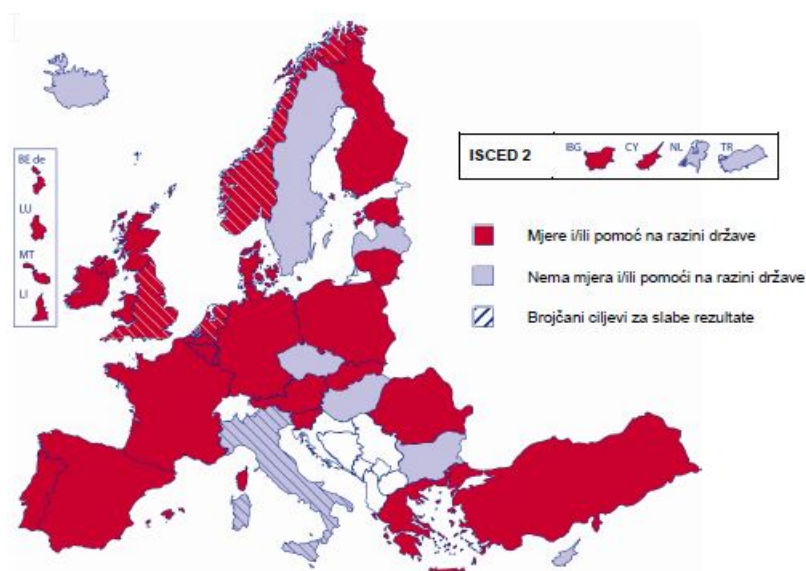
Većina učenika matematiku smatra kao tešku, apstraktnu ili nezanimljivu i neprimjenjivu u svakodnevnom životu. Rješenje tog problema moglo bi biti ukoliko bi se nastava organizirala na način da se prilikom obrade gradiva uspostavi veza između matematike i drugih predmeta te sa svakodnevnim životom. Također je važno da se u prve dvije godine školovanja stvori dobra interakcija između učenika i nastavnika, pa i same matematike, jer se tada postavlja temelji za daljnje učenje matematike.

Motivacija učenika dodatno ograničava napredak u matematici. Nastavnici zajedno s roditeljima trebaju naglašavati koliko je trud prilikom rada važan, te ih razuvjeriti da je uspjeh u matematici uglavnom stvar nasljedne sposobnosti. Osim toga, kako bi spriječili nezainteresiranost učenika, nastavnici trebaju razviti i "meke vještine", kao što su sposobnost povezivanja s učenicima, uključivanje učenika u nastavni proces i upravljanje razredom. Kako bi učenici što više uživali u matematici, potrebno je poticati i roditelje da pomognu svojoj djeci u učenju i uživanju matematike. Osim toga, neka izvješća

su pokazala kako postignuća učenika u matematici su usko vezana s uspjehom u drugim područjima, primjerice sa čitalačkom pismenošću i prirodoslovljem.

4.2 Nacionalne politike za podizanje postignuća

Nacionalna obrazovna tijela s ciljem provođenja mjera za rješavanje problema teškoća u učenju matematika, u većini europskih zemalja propisuju ili preporučuju mjere potpore ili pomažu školama i nastavnicima. Te se mjere obično primjenjuju za poučavanje matematike i jezik nastave, a ponekad i na druge predmete, te se dijele na osnovnoškolsko i srednjoškolsko obrazovanje.



Slika 7: Nacionalne smjernice za rješavanje problema slabih rezultata u matematici, razine ISCED 1 i 2, 2010./11. [1, str. 85]

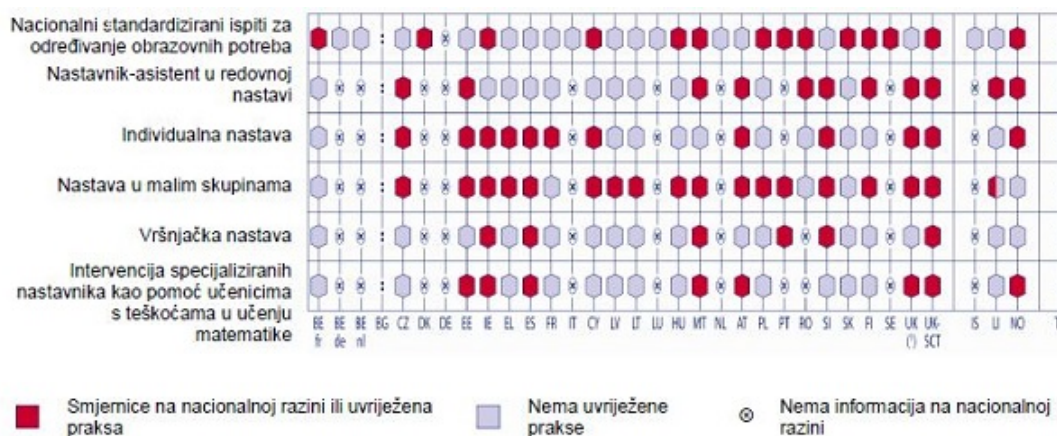
Razvijene su, u nekoliko europskih zemalja (*Slika 7*), nacionalne strategije za rješavanje problema slabih rezultata. Tim se opći ciljevi javne politike prenose u konkretne mjere i aktivnosti koje se primjenjuju u obrazovnom sustavu. U Estoniji je jedan od ciljeva stvoriti prilike za individualno učenje. Ključni pristupi koji su potiči u Irskoj su rano prepoznavanje i intervencija te diferencirana nastava. Primjena ovoga popraćena je pružanjem pomoći u učenju u obliku aktivnosti izvan redovite nastave. Osim toga, primjenjuje se suradnička pomoć unutar razreda, individualno poučavanje i poučavanje u timu. U Španjolskoj u osnovnoškolskom obrazovanju se prema propisima nalaže provođenje mehanizma potpore odmah po prepoznavanju teškoća u učenju. Tim mehanizmi uključuju individualno poučavanje, fleksibilne skupine ili prilagodbe kurikuluma. Preporučeni oblici

pomoću u Poljskoj uključuju dopunsku nastavu i nadoknadu, prepoznavanje teškoća u predškolskom i osnovnoškolskom obrazovanju te individualno profesionalno usmjeravanje.

U ostalim zemljama središnja tijela odabir mjera prepuštaju odluci učitelja i nastavnika. Tako je u Ujedinjenoj Kraljevini (Škotska) vlada nedavno objavila dokument u kojem se traži od nastavnika i učitelja da daju svoje mišljenje o tome kako mogu najbolje pomoći mladim ljudima koji se suočavaju s određenim aspektima obrazovanja. Ministarstvo obrazovanja u Danskoj je izradilo poseban dokument koji sadrži nekoliko preporuka o tome kako se suočiti s teškoćama u učenju matematike. Nastavnicima se preporuča pomno praćenje učenika sa slabijim rezultatima, razgovor s njima te usredotočenost na ono što mogu.

U zemljama u kojima škole imaju veću samostalnost, kao što su Finska, Belgija (Flamanska zajednica, Nizozemska) najčešći pristup jest rano prepoznavanje teškoća i pomoć. Samo središnja tijela Češke, Italije, Latvije, Mađarske, Švedske i Islanda ne daju nikakve smjernice ili pomoć nastavnicima i školama u rješavanju problema slabih rezultata u matematici ni u osnovnoškolskom niti u srednjoškolskom obrazovanju.

4.3 Vrsta potpore za učenike sa slabim rezultatima



Slika 8: Smjernice na nacionalnoj razini i uvriježene prakse pomoći učenicima sa slabijim postignućima u matematici, razine ISCED 1 i 2, 2010./11. [1, str. 90]

Na redovnoj nastavi i izvan nje rabe se različiti oblici pomoći učenicima s teškoćama u učenju matematike. U razrednom odjeljenju se tako primjenjuju metode koje obuhvaćaju grupiranje prema sposobnostima, individualiziranu nastavu ili pomoć asistenta u nastavi. Osim toga izvan učionice nudi se pomoć, kao što su učenje uz pomoć kolega, suradničko učenje i individualnu pomoć. (Slika 8) U oba slučaja, ocjenjivanje ima važnu ulogu te ono

može pomoći u prepoznavanju mogućih problema. Stoga se preporuča primjena različitih alata ocjenjivanja za određivanje jačih i slabijih strana pojedinog učenika.

Od velike važnosti prilikom poučavanja učenika s različitim sposobnostima i zanimanjem, vještine su učitelja i nastavnika. Takve kompetencije, prema propisima određenog broja zemalja, nastavnici trebaju steći tijekom programa inicijalnog obrazovanja te dalje kroz trajno stručno usavršavanje (CPD).

4.3.1 Prilagodba kurikuluma

U rješavanju pitanja slabih rezultata u matematici postoji nekoliko glavnih pristupa i metoda koje se često rabe. Jedna od njih je i prilagodba kurikuluma. Neovisno o razini učeničkih sposobnosti, u polovici europskih zemalja matematički predmetni sadržaj jednak je za sve učenike. Unatoč tome, diferencirana nastava koja obično obuhvaća poučavanje istog sadržaja, ali na različitoj razini složenosti, prisutna je u mnogim zemljama, te je češće prisutna na razini niže srednjoškolskog nego osnovnoškolskog obrazovanja.

U Španjolskoj je kurikulum prilagođen specifičnim potrebama te obuhvaća iste ciljeve i sadržaje za sve učenike, ali su razine složenosti prilagođene učenicima koje ne postižu opće ciljeve. Na razini nižeg srednjoškolskog obrazovanja program obuhvaća grupiranje prema sposobnostima i značajne izmjene kurikuluma, pri čemu se matematika i prirodoslovlje predaju zajedno prema posebnoj metodologiji. Uključujući matematiku, sve predmete u nižem srednjoškolskom obrazovanju u Irskoj moguće je učiti na dvije razine. Viša i niža razina matematike obuhvaćaju iste teme, ali je sadržaj više razine značajno proširen. Na Malti se tijekom prve tri godine osnovnoškolskog obrazovanja prepoznaju učenici slabijih sposobnosti te im se daje dodatna pomoć. U Ujedinjenoj Kraljevini (Engleska, Wales i Sjeverna Irska) od nastavnika se očekuje diferencijacija nastave s ciljem zadovoljavanja potreba učenika različitih razina sposobnosti. Iz tih razloga službeni kurikulum odvaja sadržaj programa od ciljeva obrazovanja. Slično je i u Škotskoj gdje svi učenici imaju isti kurikulum, ali da obrađuju različitom dinamikom. Za učenike s poteškoćama u učenju matematike postoje koncepti, kao što su algebarski izrazi, koji se mogu obraditi samo na osnovnoj razini ili ih se može zaobići.

Osim prilagodbe kurikuluma, vrste pomoći koje se još primjenjuju su individualni rad s učenikom ili rad u manjim skupinama, gdje je pomoć nastavnika - asistenta u redovnoj nastavi i intervencije specijaliziranih nastavnika neučestala. Pomoć specijaliziranih nastavnika, bilo da su to učitelji i nastavnici matematike ili nastavnici specijalizirani za teškoće u učenju, rabi se samo u Estoniji, Irskoj, Španjolskoj, Malti, Austriji, Ujedinjenoj Kraljevini i Norveškoj.

4.3.2 Dijagnostički alati

Identificiranje učenika kojima je potrebna pomoć u matematici, važan je cilj velikog broja zemalja na osnovnoškolskoj razini. Postupak se provodi pomoću niza alata za procjenu. Neki od alata koji se koriste u Irskoj obuhvaćaju promatranje nastavnika, analizu rada, analitičke ispite, rezultate standardiziranih ispita i rezultate dijagnostičkih ispita. U Portugalu nastavnici prepoznavanje učenika s teškoćama u učenju provode na temelju kombinacije ocjena i rezultata nacionalnih standardiziranih ispita.

4.3.3 Individualna nastava i nastava u malim skupinama

Individualna nastava se prema propisima ministarstva propisuje u Francuskoj i Grčkoj i to do dva, odnosno šest sati tjedno. U programu oporavka u ruralnim školama, ovaj pristup se primjenjuje u Rumunjskoj. Nastava u malim skupinama, drugi je uobičajeni pristup u Bugarskoj, Grčkoj i Litvi koji se organizira do dva sata tjedno na kraju radnog školskog dana.

5 Podizanje motivacije učenika

Matematiku poneki učenici doživljavaju kao težak, apstraktan i nezanimljiv predmet koji sadrži brojne postupaka i formula koje treba naučiti te koje su neprimjenjive u svakodnevnom životu. Takav negativan stav prema matematici može utjecati na postignuća kao i na odabir karijere u područjima srodnim matematici. Značajnu ulogu u povećanju zanimanja i truda u radu učenika mogu imati škola i nastavnici.

Motiviranje učenika za učenje matematike važno je iz mnogo različitih razloga. Jedan od njih je manjak osposobljenih ljudi na tržištu rada u Europi. Stoga je pozornost potrebno usmjeriti na podizanje razine osnovnih vještina, kao što su jezična i matematička pismenost. Na taj se način želi pružiti mogućnost Europi da zadrži svoj međunarodni položaj.

5.1 Stvaranje teorijskog okvira za podizanje motivacije

Na učenička postignuća uvelike utječu osobni stavovi s kojima učenici dolaze u školu. Na njih je moguće je utjecati poučavanjem i učenjem u školi. Istraživanja su pokazala kako je sve učenike na neki način potrebno motivirati da se uključe u školske aktivnosti, uključujući učenje matematike, a sama ta motivacija uvelike će utjecati na ishod njihova rada.

U stručnoj literaturi spominju se dva motivacijska pojma - *unutarnju (intrinzičnu)* i *vanjsku (ekstrinzičnu)* motivaciju. Učenike koji se uključuju u matematičke aktivnosti kako bi stekli "vanjske" nagrade, kao što su pohvala nastavnika, roditelja i vršnjaka, ili kako bi izbjegli kaznu i negativne komentare motivira vanjska motivacija. Za razliku od tih učenika, učenike koje motivira unutarnja motivacija uče matematiku zbog vlastitog zanimanja, uživanja ili traganja za znanjem, te su oni usmjereni na razumijevanje pojmova. Unutarnja motivacija vodi k samoeфикаsnosti tj. vjerovanju pojedinca u vlastite mogućnosti, za koju istraživanja tvrde da je jasan pokazatelj školskog uspjeha učenika.

5.1.1 Motivacija i postignuća

Smatra se da djeca učinkovitije uče ukoliko ih zanima ono što uče. Istraživanja su pokazala također pokazala da je motivacija važan čimbenik u školskom uspjehu, te da unutarnja motivacija pozitivno utječe na školska postignuća. Slično tome, kada je riječ o učenju matematike, učenici koji uživaju u predmetu povećavaju svoju unutarnju motivaciju za učenjem, ali vrijedi i obrnuto. Učenici koji su motivirani za učenje matematike, više će vremena posvetiti matematičkim zadacima te će biti uporniji u rješavanju matematičkih

problema. Nadalje, ti učenici također mogu biti zainteresiraniji za veći broj matematičkih predmeta i nastavak školovanja u nekom od matematičkih područja. Iz svega toga možemo zaključiti kako na učenička matematička postignuća uvelike utječe njihova motivacija.

Važnost koju učenici dodjeljuju predmetu može utjecati na motivaciju učenika i uspjeh u matematici. Prema informacijama koje je prikupilo istraživanje TIMSS 2007, u prosjeku 68% učenika pridalo je veliku važnost matematici kao nečemu što će im koristiti u budućnosti i karijeri. Najveći postotak učenika bio je u Litvi i Turskoj i iznosio 85 - 87%.

Motivacija za rad u matematici nije nepromjenjiva karakteristika učenika. Ona je zapravo dinamična i promjenjiva osobina. Tematska izvješća Češkog školskog inspektora i Škotskog istraživanja postignuća zaključila su da motivacija učenika opada tijekom srednjoškolskog obrazovanja. To potvrđuju i rezultati TIMSS-a u kojima je vidljivo kako učenici četvrtog razreda imaju pozitivnije stavove prema matematici nego učenici osim razreda. Ovime se naglašava važnost uloge nastavnika i nastavnog procesa u primjeni raznovrsnih nastavnih metoda i poticanju motivacije učenika.

5.1.2 Utjecaj učeničkih stavova, uvjerenja i samopouzdanja učenika

Utjecaj učeničkih stavova prema matematici važan su čimbenik vezan uz motivaciju i postignuća. "Stavovi su psihološka stanja koja sadrže tri komponente: kognitivne, emocionalne i bihevioralne komponente" ⁸, te se u kontekstu obrazovanja ove komponente smatraju trima osobnim čimbenicima koji utječu na učenje.

Brojna istraživanja ističu ključnu ulogu stavova u učenju predmeta u području matematičkog obrazovanja. Obrazovna postignuća mogu unaprijediti pozitivni stavovi učenika prema predmetu, dok negativni osjećaji ili anksioznost mogu predstavljati zapreku za postizanje dobrih ishoda učenja. Pokazalo se da matematička anksioznost, koja je afektivno ili emocionalno stanje, otežava rad učenika.

Osim stavova, pokazalo se kako i uvjerenje o vlastitim sposobnostima utječe na motivaciju, odnosno na rad na matematičkim problemima te na postignuća učenika. Posebna vrsta motivacijskog uvjerenja vezanog uz postignuća učenika je samoeфикаsnost. Rezultati TIMSS istraživanja pokazala su kako učenici u četvrtom razredu imaju više samopouzdanja u učenju matematike u odnosu na učenike osmih razreda.

⁸[1, str. 96]

5.1.3 Nastavne metode koje se koriste za podizanje motivacije učenika

Motivaciju učenika za aktivnim sudjelovanjem u procesu učenja, poučavanje matematike trebalo bi poticati. Zadaće i vježbe koje se rade na nastavi utječu na motivaciju, te pri tome učeniku predstavljaju izazov. Ukoliko su nastavne metode i zadaće zanimljive, raznovrsne i povezane sa svakodnevnim životom one će utjecati na pozitivne stavove prema matematici. Na taj će način učenici steći znanje korisno i primjenjivo u njihovom životu. Osim toga, učenje i poučavanje moraju se odvijati u stimuliranim uvjetima, odnosno okruženju koje će učenike poticati da iznose vlastito razumijevanje zadaće te u kojem će se njihove ideje cijeniti i vrednovati. Tako se, primjerice u Danskoj i Ujedinjenom Kraljevstvu ističe potreba za povećanjem raznovrsnosti inovativnih nastavnih metoda koje će privlačiti pozornost učenika i više ih uključivati u proces učenja. U Češkoj i Škotskoj kako bi se prevladali negativni stavovi učenika prema matematici kao zahtjevnom i neinspirativnom predmetu, predlaže se da vježbe budu praktične i zanimljive te bliske svakodnevnom životu, te da se iskustvo iz drugih predmeta povezuje s matematikom.

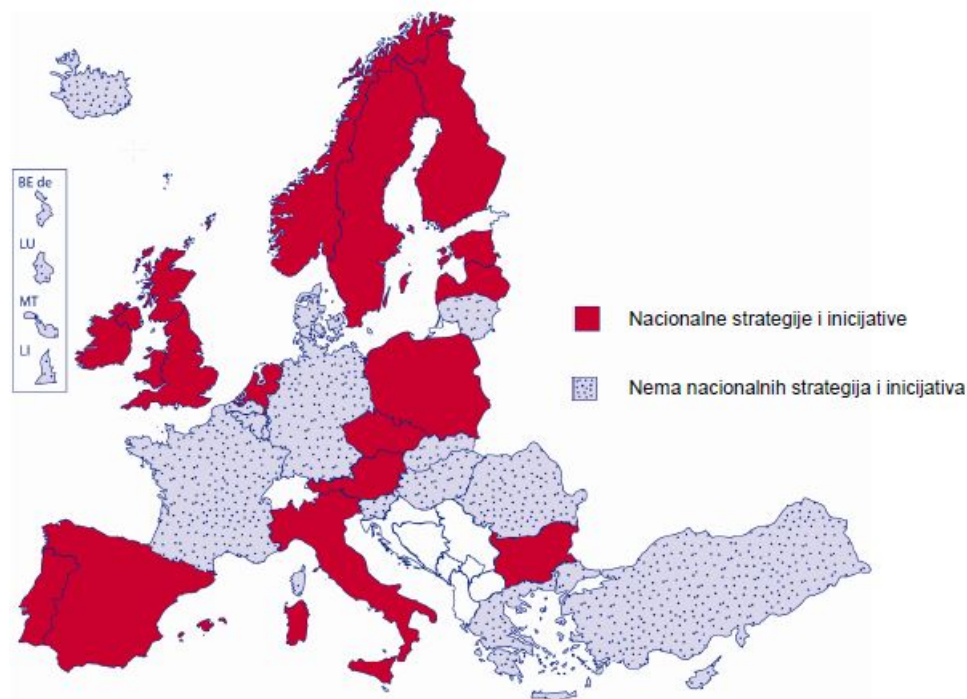
5.1.4 Rodne razlike u motivaciji i postignuću

Velik broj istraživanja pokazuje kako postoji vrlo mala razlika u matematičkim postignućima među muškarcima i ženama, iako vlada stereotipno mišljenje da djevojčicama i ženama nedostaje matematičke sposobnosti. Ovo stereotipno mišljenje potvrđuju i rezultati istraživanja koja pokazuju da djevojke rijetko imaju pozitivne stavove i samopouzdanje u svoje matematičke sposobnosti, te da razlike između djevojaka i dječaka postoje sve veći tijekom školovanja jer dječaci pokazuju sve veće samopouzdanje. Također se pokazalo kako djevojčice imaju višu razinu matematičke anksioznosti i manje vjere u sebe te iz tog razloga nastavnici mogu podcijeniti matematičke sposobnosti djevojaka. Ove zaključke potvrdili su i rezultati istraživanja PISA 2003 i TIMSS-a 2007, te su pokazali da značajno više anksioznosti je zabilježeno među djevojkama u Danskoj, Njemačkoj, Španjolskoj, Francuskoj, Luksemburgu, Nizozemskoj, Austriji, Finskoj, Lihtenštajnu i Norveškoj. Najvažniji zaključak svih istraživanja je da rodne razlike se u većoj mjeri odnosi na stavove prema matematici nego na stvarne razine matematičkih postignuća.

5.2 Nacionalne strategije za podizanje motivacije za učenje matematike

Nacionalne strategije i inicijative za unaprjeđenje motivacije učenika u matematičkom obrazovanju europske su zemlje počele usvajati na temelju rezultata međunarodnih i nacionalnih istraživanja. Podizanje razine motivacije prepoznato je kao ključni element za

podizanje matematičkog uspjeha.



Slika 9: Nacionalne strategije za povećanje motivacije učenika za učenje matematike, 2010./11. [1, str. 100]

Nacionalne strategije ili inicijative za povećanje motivacije za učenje matematike trenutno postoje u polovici europskih zemalja. (Slika 9) Na širok krug učenika na svim razinama obrazovanja usmjerene su inicijative u Austriji i Finskoj. Tako su najnovije inicijative u Austriji usmjerene na vrtiće, a u Finskoj na predškolsko obrazovanje. Za razliku od njih, u Irskoj, Španjolskoj i Portugalu inicijative i planovi su usmjereni na obavezno obrazovanje. Na srednjoškolsko obrazovanje i na poticanje učenika koji uče predmete iz područja MST-a na nastavak tog obrazovanja na visokoškolskoj razini, usmjerene su strategije i inicijative u Italiji, Nizozemskoj i Norveškoj. Inicijativama u Ujedinjenoj Kraljevini nastoji se riješiti pitanje manjka vještina u područjima koja zahtijevaju visoke razine matematičkog znanja.

Zemlje srednje i istočne Europe nemaju nacionalne strategije. Međutim, neke zemlje kao što su Češka i Latvija koordiniraju programe i projekte, sufinancirane kroz europske strukturne fondove, za unaprjeđenje, između ostalog, motivacije i uspjeha u matematici.

5.3 Aktivnosti na nacionalnoj razini za unaprjeđenje stavova prema učenju matematike

Većina europskih zemalja promiče jednu ili više aktivnosti kojima se potiču pozitivni stavovi prema učenju matematike te za unaprjeđenje percepcije i stavova prema matematici. Najčešće inicijative su izvannastavne aktivnosti kojima se promiče matematika u više od polovice europskih zemalja ili regija. Većina ovih izvannastavnih aktivnosti usmjerena je na talentirane učenike i nastupe tih učenika na raznim natjecanjima, te se odvija izvan redovitih školskih sati, uglavnom nakon škole, vikendom ili tijekom školskih praznika. U većini europskih zemalja natjecanja učenika iz matematike organiziraju se na različitim razinama (lokalno, regionalno i nacionalno), a učenici mogu sudjelovati i na međunarodnoj olimpijadi.

Nešto više od trećine zemalja potiče partnerstva. Postoje mnoge prednosti koje suradnja može ponuditi školama i poslovnim organizacijama, uključujući zanimanje za matematiku, prirodoslovlje i tehnologiju te podizanje učeničke motivacije za učenjem i preuzimanjem inicijative u stvaranju vlastitih obrazovnih putova. S obzirom na aktivnosti vezane uz matematiku, šesnaest europskih zemalja ili regija navodi da promiče partnerstvo između škola i tvrtki, sveučilišta ili drugih organizacija. Među njima su Finska, Švedska, Estonija, Latvija, Ujedinjena Kraljevina.

Osim izvannastavnih aktivnosti i partnerstva, otprilike jedna trećina zemalja promiče posebne nastavne metode za povećanje zalaganja. Uglavnom su usmjerene na inovativne nastavne metode koje uključuju primjenu informacijsko-komunikacijskih tehnologija. Brojne su prisutne nastavne metode, tako je primjerice u Češkoj razvijen projekt "Metodika II" koji uključuje *on-line* portal za nastavnu metodologiju. U Rumunjskoj je naglasak na metodama aktivnog sudjelovanja i aktivnom učenju kroz suradničke strategije.

5.4 Manjak studenata u području matematike

Veći su izgledi da će učenici koji su motivirani i uspješni u matematici na osnovnoškolskoj i srednjoškolskoj razini razmisliti o upisivanju studijskih programa i ostvarivanju karijere u području matematike, prirodoslovlja i tehnologije (MST). Posljednji statistički podaci pokazuju trend smanjenja broja studenata u MST diljem Europe. Zemlje koje su zabilježile veliki pad su Irska, Litva, Rumunjska, Švedska, Ujedinjeno Kraljevstvo, Island i Turska, dok se tendencija povećanja može vidjeti jedino u Portugalu. Upravo iz tog razloga nacionalna tijela mnogih zemalja postavila su povećanje broja studenta MST-a kao važan cilj.

6 Poznavanje gradiva matematike i poznavanje sadržaja matematičke pedagogije budućih nastavnika matematike u osnovnim i srednjim školama

U posljednjih 50 godina u sklopu Međunarodne udruge za vrednovanje obrazovnih postignuća (IEA) provedena su brojna istraživanja koja su bila usmjerena na ishode učenja u ključnim područjima. Na taj se način došlo do toga da su se uvidjeli čimbenici koji utječu na ishode učenja. Međutim, IEA na taj način nije pažnju usmjeravao na ključni element uspješnog školovanja, na nastavnika. Upravo iz tog razloga dizajniran je TEDS-M (*Teacher Education and Development Study-Mathematics*) koji je sponzoriran od strane IEA. Jedan od ciljeva TEDS-M je odgovoriti na pitanja o znanju budućih nastavnika matematike u osnovnim i srednjim školama u 17 zemalja među kojima su i neke europske: Norveška, Švicarska, Poljska i Njemačka. Pitanja kojima se bavi ovo istraživanje su:

- "Koji su nivo i dubina stečenih znanja za poučavanje matematike budućih osnovnoškolskih i srednjoškolskih nastavnika?"
- U kojoj mjeri to znanje varira od zemlje do zemlje?"⁹

Dva su glavna razloga zašto je važno proučavati znanja koja posjeduju budućí nastavnici. Prvo, znanje koje nastavnik posjeduje utječe na matematička postignuća njegovih učenika, a kao drugo, nastavnikovo znanje koje je on stekao do završetka studija može biti pokazatelj uspješnosti studijskog programa prema kojemu je studirao.

6.1 Okvir za mjerenje znanja poučavanja matematike

Poznavanje sadržaja i poznavanje pedagoškog sadržaja važno je da bi nastavnikovo poučavanje bilo učinkovito.

6.1.1 Okvir za poznavanje matematičkog sadržaja

Za procjenu poznavanja matematičkog sadržaja (MCK) korišteni su elementi iz četiri sadržajna područja: brojevi i operacije, algebra i funkcije, geometrija i mjerenja, podaci i vjerojatnost. (Vidi *Tablica 1*)

⁹[3, str. 129]

Poddomene	Primjeri tema
Brojevi i operacije	Cijeli brojevi Razlomci i decimalna mjesta Uzorci i odnosi Omjer, proporcija i postoci Iracionalni brojevi Teorija brojeva
Geometrija i mjerenja	Geometrijski oblici Geometrijska mjerenja Prostor i pravac
Algebra i funkcije	Uzorak Algebarski izrazi Jednadžbe/formule i funkcije Matematika i analiza Linearna algebra i apstraktne algebre
Podaci i vjerojatnost	Organizacija i prikazivanje podataka Čitanje podataka i interpretacija Vjerojatnost

Tablica 1: Okvir poznavanja matematičkog znanja, po sadržajnim potpodručjima [3, str. 130.]

Poznavanje elemenata ovih područja ispitivano je i u okvirima procjene TIMSS, odakle su i preuzeta. Svaki od elemenata MCK-a dalje dijeli u tri kognitivna potpodručja: poznavanje, primjena, rasuđivanje. (Vidi *Tablica 2*). Ovaj okvir, također je zasnovan na opisima kognitivnih područja korištenih u TIMSS-u.

Poddomene	Primjeri ophođenja
Poznavanje	Podsjetiti Prepoznati Izračunati Ponoviti Izmjeriti Razvrstati
Primjena	Odabrati Prikazati Modelirati Primijeniti Riješiti rutinske probleme
Rasuđivanje	Analaizirati Generalizirati Sintetizirati Dokazati Riješiti ne rutinske probleme

Tablica 2: Okvir poznavanja matematičkog znanja, po kognitivnim područjima [3, str. 130]

6.1.2 Okvir za poznavanje pedagoškog matematičkog znanja

Okvir za procjenu poznavanja pedagoškog matematičkog znanja (MPCK) u TEDS-M-u nastao je iz pregleda literature, a informacije koje su korištene preuzete su iz okvira korištenog u *Projektu poučavanja matematike u 21. stoljeću* MT21. Taj projekt je dizajniran kao prethodnik TEDS-M, a obuhvaćao je istraživanja o programima pripremanja budućih srednjoškolskih nastavnika matematike u šest zemalja. Elementi koje je MPCK obuhvaćao protezali su se kroz tri potpodručja: znanje kurikuluma, planiranje poučavanja i učenja, i izvođenje poučavanja i učenja. (Vidi *Tablica 3*) Svaki je od elemenata MPCK-a dalje raščlanjen po sadržaju i kurikulumskom stupnju.

6.2 Struktura upitnika za buduće nastavnike

U *Tablici 4* prikazana je struktura brošure s upitnicima te vrijeme koje je potrebno ispitanicima u idealnim uvjetima za pojedini dio upitnika. Probna testiranja su pokazala kako je vrijeme potrebno budućim nastavnicima za popunjavanje upitnika najviše 90 minuta.

Upitnik koji se odnosi na poučavanje matematike nalazi se u C dijelu brošure. Svaki upitnik se sastoji od otprilike dvije trećine elemenata koji se odnose na MCK, a preostala

Poddomene	Primjeri tema
Poznavanje matematičkog kurikuluma	Poznavanje školskog matematičkog kurikuluma Utvrđivanje odgovarajućih ciljeva učenja Ključne ideje u programima učenja Izbor mogućih putova i viđenje veze u okviru kurikuluma Poznavanje različitih vrsta procjene i namjene
Planiranje poučavanja i učenja	Odabir odgovarajuće aktivnosti Predviđanje odgovora tipičnih učenika, uključujući pogrešna shvaćanja Planiranje odgovarajuće metode za predstavljanje matematičke ideje Povezivanje didaktičkih metoda i nastavnih projekata Prepoznavanje različitih pristupa za rješavanje matematičkih problema
Izvođenje poučavanja i učenja	Objašnjavanje ili predstavljanje matematičkih pojmova ili postupaka Generiranje plodonosnih pitanja Dijagnosticiranje učenikovih odgovora, uključujući i pogrešne predodžbe Analiziranje ili vrednovanje učenikovih matematičkih rješenja ili argumenata Analiziranje sadržaja učenikovih pitanja Reagirati na neočekivane matematičke probleme Pružanje odgovarajuće povratne informacije

Tablica 3: Okvir znanja pedagoškog matematičkog znanja [3, str. 131]

Dio	vrijeme (minute)
Opće znanje	5
Mogućnost savladavanja gradiva	15
Poučavanje matematike	60
Znanja o matematici i podučavanju	10

Tablica 4: Općenita struktura brošurice upitnika za buduće učitelje i dodijeljeno vrijeme za obradu [3, str. 132]

trećina odnosi se na MPCK. 30% elemenata odnosi se na brojeva, geometrijska i algebarska potpodručja, a oko 10% odnosi se na podatke i vjerojatnost. Kako bi se unutar dostupnog vremena ravnomjerno provjerilo poznavanje i MCK-a i MPCK-a, u upitnicima se koriste dizajnirani rotirani blokovi. Na taj način se osigurava pokrivanje područja pod uvjetom da svaki učitelj dovrši makar jedan dio od zadanih dijelova.

6.2.1 Upitnik za buduće osnovnoškolske nastavnike

TEDS-M-ova probna ispitivanja kako osnovnoškolski ispitanici mogu odgovoriti otprilike na 24 pitanja u 60 minuta. Iz tog razloga, osnovnoškolski MCK i MPCK elementi podijeljeni su u pet blokova, a svaki od njih sadrži 12 pitanja pri čemu neka pitanja imaju i nekoliko podpitanja. Svaki od ispitanika odgovarao je na dva bloka pitanja.

6.2.2 Upitnik za buduće srednjoškolske nastavnike

Probna ispitivanja su pokazala kako budući srednjoškolski nastavnici mogu odgovoriti na 30 pitanja u 60 minuta. Stoga srednjoškolski blokovi sadrže 15 pitanja koji se vrednuju bodovima od 1 do 4, te svaki od ispitanika odgovara na dva bloka pitanja.

6.3 Znanje poučavanja matematike budućih nastavnika

U ljestvicama s rezultatima prikazani su rezultati poznavanja gradiva matematike i poznavanja sadržaja matematičke pedagogije budućih nastavnika. Iz tog razloga su ljestvice izrađene od MCK i MPCK elemenata. Preciznije, osnovnoškolska ljestvica sadrži 74 MCK i 32 MPCK elementa, a srednjoškolska od 76 MCK i 27 MPCK elemenata. TEDS-M-ovi istraživači, kako bi olakšali tumačenje rezultata, označili su ključne točke na ljestvicama, te su ih nazvali sidrištima. Sidrišta pri tome opisuju postignuća budućih nastavnika čiji su rezultati na određenom mjestu ljestvice. Za osnovnoškolsku i srednjoškolsku MCK ljestvicu označena su dva sidrišta, a za svaku MPCK ljestvicu po jedno sidrište. Pri tome Sidrište 1 na MCK ljestvicama označava niži stupanj znanja, a Sidrište 2 viši stupanj znanja.

6.4 Primjeri zadataka

Primjeri zadataka u MCK

U ovom potpoglavlju navesti ću nekoliko primjera zadataka koji su se našli u TEDS-M-ovom istraživanju poznavanja matematičkog sadržaja budućih nastavnika u osnovnim školama.

U sljedećem zadatku iz algebarskog područja htjelo se vidjeti koliko ispitanici poznaju svojstva komutativnosti i asocijativnosti primijeniti na cijele brojeve. 64% ispitanika riješilo je točno ovaj zadatak.

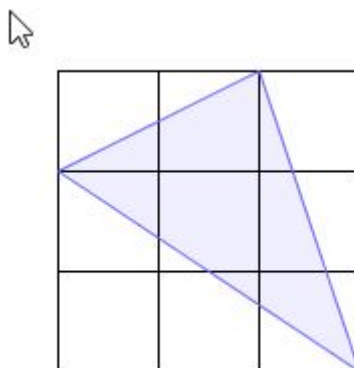
Zadatak 1. *Navesti da li svaka od sljedećih tvrdnju vrijedi i za skup cijelih brojeva pri čemu su a , b i c većih od nule.*

Označite jedan kvadratić u svakom retku.

	<i>Točno</i>	<i>Netočno</i>
A. $a - b = b - a$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B. $a \div b = b \div a$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C. $(a + b) + c = a + (b + c)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D. $(a - b) - c = a - (b - c)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Sljedeći zadatak je iz područja geometrije. U njemu se od ispitanika tražilo odrediti površinu područje trokuta u kojem ni veličina osnove, niti visina nisu zadani nego su označeni.

Zadatak 2. *Područje svakog malog kvadrata je 1cm^2 .*



Kolika je površina osjenčanog trokuta u cm^2 ?

Odaberi jedan kvadratić.

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| A. 3.5 cm^2 | <input type="checkbox"/> |
| B. 4 cm^2 | <input type="checkbox"/> |
| C. 4.5 cm^2 | <input type="checkbox"/> |
| D. 5 cm^2 | <input type="checkbox"/> |

Kako bio se ovaj zadatak riješio potrebno je metodom pomoćnih likova odrediti duljine dužina stranica, te nakon toga uvrštavanjem u formulu odrediti površinu osjenčanog trokuta. Ispitanici su ovaj zadatak riješili sa prosječnom točnošću oko 60%. Osim toga nitko od ispitanika nije bio u točki sidrišta 1.

U sljedećem zadatku je prikazano nestandardno algebarsko pitanje koje se odnosi na dva algebarska izraza.

Zadatak 3. *Za bilo koji broj n , koji je od izraza veći $2n$ ili $n + 2$? Odgovorite te svoj odgovor obrazložite.*

Kako bi se zadatak riješio potrebno je postaviti nejednakosti i vidjeti za koju vrijednost broja n je koji od izraza veći. Ovaj zadatak je u potpunosti riješilo 12% ispitanika, a djelomično točno njih 21%.

Primjeri zadataka u MPCK

Sljedeći zadatak dotiče se pedagoškog sadržajnog znanja o nastavnom planu i programu. U zadatku se od budućih nastavnika zahtijeva da promotre četiri problemske priče. Svaki od problema može riješiti pomoću jedne računске operacije s cijelim brojevima.

Zadatak 4. *Učiteljica traži od svojih učenika da riješe sljedeće četiri problemske priče, na bilo koji način, uključujući pri tome i korištenje materijala, ukoliko to žele.*

Problem 1: Josip ima 3 paketa naljepnica. U svakom pakiranju nalazi se 6 naljepnica. Koliko ukupno naljepnice ima Josip?

Problem 2: Marko je imao 5 riba u akvariju. Za rođendan je dobio 7 više. Koliko riba je imao tada?

Problem 3: Ivan je imao automobile igračke. Izgubio ih je 7. Sada su mu ostala 4. Koliko je automobila igračaka Ivan imao prije nego što je neke izgubio?

Problem 4: Marija je imala 13 balona. 5 balona je puknulo. Koliko joj je balona ostalo?

Učitelj primjećuje da su dva problema teža za njegove učenike od druga dva. Prepoznajte ta dva problema.

Svaki od ispitanika prepoznao je barem jedan od težih problema. Ti problemi su Problem 1 jer on zahtijeva množenje ili višestruko zbrajanje, te Problem 3 kod kojeg je početna vrijednost nepoznata. Ovaj zadatak je u potpunosti riješilo 77% ispitanika, te je 20% onih koji su ga djelomično riješili.

U sljedećem zadatku ispitanici su trebali objasniti i vizualno predočiti zašto se u konkretnom slučaju množenjem brojevi smanjuju a ne povećavaju.

Zadatak 5. *Jerko primjećuje da kad unese $0.2 \cdot 6$ u kalkulator njegov odgovor je manji od 6, a kad unese $6 \div 0.2$ dobije broj veći od 6. To ga je zbunilo te je upitao svoju učiteljicu za novi kalkulator!*

- (a) *Koja je najvjerojatnije Jerkova zabluda?*
- (b) *Vizualno prikažite način na koji nastavnik može Jerku predočiti zašto je rezultat takav.*

20% ispitanika je pitanje (a) riješilo u potpunosti točno, dok je njih 12% ga riješilo djelomično. Točnost odgovora za pitanje (b) bila je slična, 16% ispitanika ga je riješilo u potpunosti točno, a isto toliko ga je riješilo djelomično točno.

Sljedeći zadatak pojavljuje se u udžbeniku za matematiku za niže razrede srednje škole (u Hrvatskoj su to 7. i 8. razred). On se koristi za testiranje sposobnosti budućih nastavnika nižih razreda srednje škole u području primjene algebre. U zadatku je potrebno riješiti problemsku priču. Svaka priča sadrži tri broja koji u zbroju daju 198.

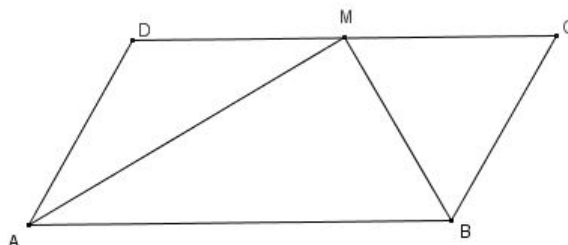
Zadatak 6. (a) *Petar, David i Filip igrali su igru s klikerima. Oni ukupno imaju 198 klikera. Petar ima 6 puta više klikera nego David, a Filip ima 2 puta više klikera od Davida. Koliko klikera ima svaki dječak?*

- (b) *Troje djece: Vedrana, Jelena i Gabriela ukupno imaju 198 kuna. Vedrana ima 6 puta više kuna od Jelene i 3 puta onoliko koliko ima Gabriela. Koliko kuna ima svako dijete?*

Možemo uočiti da je u prvom zadatku broj pikula koliko ih imaju Petar i Filip, višekratnik broja klikera koliko ih ima David. Dakle kako bi se ovaj zadatak riješio potrebno je postaviti jednostavnu linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom. Za razliku od toga, drugi zadatak ima složenu jezičnu strukturu pa samim time i složeniji sustav jednadžbi. Ta razlika je vidljiva i u rezultatima ispitanika, naime 72% ispitanika točno je odgovorilo na prvo pitanje, a njih 50% na drugo pitanje.

Sljedeći zadatak je iz područja geometrije u kome je potrebno u više koraka riješiti zadani problem.

Zadatak 7. *Na slici, $ABCD$ je paralelogram, $\angle BAD = 60^\circ$, AM i BM su simetrale kutova BAD i ABC redom. Ako opseg $ABCD$ iznosi 6 cm, izračunajte duljine stranica trokuta ABM .*



U zadatku je potrebno pomoću zadanih vrijednosti kutova odrediti preostale vrijednosti. Nakon toga primjenom Sinusovog poučka dolazimo na duljina dviju stranica, a preostalu stranicu odredimo primjenom Pitagorina poučka. Na ovo pitanje 32% ispitanika je odgovorilo u potpunosti točno, dok je njih 25% na njega odgovorilo djelomično točno.

6.5 Ishodi MCK, MPCK i GPK budućih nastavnika

6.5.1 Ishodi MCK, MPCK i GPK budućih nastavnika u osnovnim školama

Postojale su značajne razlike u rezultatima dobivenih nakon MCK i MPCK među zemljama koje su uključene u TEDS-M. Podaci su pokazali širok raspon onoga što su postigli budućí nastavnici u osnovnoj školi. Švicarska i Norveška postigli su rezultate znatno iznad međunarodnog prosjeka u oba aspektima, dok su budućí osnovnoškolski nastavnici iz Španjolske i Poljske bile su znatno ispod međunarodnog prosjeka u oba aspektima. Prema tim rezultatima možemo vidjeti koliko su učinkoviti studijski obrazovni programi kroz koje su ti budućí nastavnici prošli.

Zanimljive su razlike s obzirom na ostvarenje u MCK i MPCK. S obzirom na MPCK, rezultati u Norveškoj bili su samo za jednu polovicu standardne devijacije iza dvije istočnoazijske zemlje, dok je razlika bila do jedne standardne devijacije s obzirom na MCK. Što se Njemačke tiče rezultati njihovih ispitanika su niži u MPCK nego u MCK. Takvi rezultati mogu ukazivati na pojedine prednosti i slabosti u obrazovnom programu te zemlje.

Budućí nastavnici iz nestručnih programa Norveške pokazali su visok uspjeh u MPCK. No unutar pojedinih zemljama, kao što su Poljska i Njemačka, postojale su značajne razlike. Matematiku u osnovnoj školi u te dvije zemlje moguće je poučavati ili s licencom iz općeg programa (kao razredna nastava kod nas) ili specijalističkog programa (kao što je kod nas studij matematike). Prosječna MPCK ostvarivanje tih programa razlikovale za

približno jednu standardnu devijaciju.

Rezultate koje su postizali budući nastavnici iz zemalja koje su, prema indeksu UN-a o društvenom razvoju (HDI), klasificirani su kao razvijeni ili vrlo razvijeni, bili su uglavnom iznad međunarodnog prosjeka. Međutim, to se ne može reći i za Njemačku, Poljsku i Španjolsku, te je u tim zemljama potrebno ispitati koji su mogući razlozi tome.

Analize koje su napravljene pokazale su da su ljestvice zemalja za MCK i MPCK slične. Jedan od razloga tome je i to što se MCK i MPCK konceptualno preklapaju te se MCK smatra preduvjetom za svladavanje zadataka koji zahtijeva MPCK. Ipak, samo u Poljskoj i Njemačkoj, što se europskih zemalja tiče, rezultati su pokazali vrlo visoku korelaciju između MCK i MPCK. Nasuprot tome, u Švicarskoj postojala je niska povezanost. Nejasno je koji bi mogao biti razlog za te razlike među zemljama.

Usporedbom zemalja prema znanju koje posjeduju u MCK u usporedbi sa znanjem u MPCK vidimo kako su postignuta različita ostvarenja. U četiri europske zemlje: Rusija, Poljska, Njemačka i Švicarska budući učitelji u osnovnim školama postigli su bolje rezultate u MCK u odnosu na MPCK. Nasuprot tome, nastavnici u Norveškoj i Španjolskoj zabilježili su bolje rezultate u MPCK u odnosu na MCK.

Ovi profili znanja nisu u korelaciji s prosječnim razinama postignuća. Ovi se zapravo pokazuje kako ne postoji idealan način za dobivanje boljih postignuća u oba spektar znanja. U oblikovanju profila znanja značajnu ulogu mogu imati kulturna tradicija. Tako primjerice u kontinentalnoj i istočnoj Europi značajnu ulogu ima znanje, dok se nastavnik pri tome smatra stručnjakom za to znanje.

Prikupljeni MCK rezultat ne pokazuju nastavničke prednosti i nedostatke u poddomena poput brojeva, algebre i geometrije. Budući nastavnici u osnovnim školama ispravno su riješili u prosjeku 62% pitanja iz područja brojeva i algebre i 59% iz područja geometrije.

Budući nastavnici u Švicarskoj su pokazali bolje znanje u području brojeva, a lošije u području geometrije i algebre. Taj profil ispunjava zahtjeve znanja potrebnih u osnovnoj školi. U četiri zemlje, uključujući Njemačku, budući nastavnici u osnovnoj školi pokazali su bolje znanje u algebri, a lošije u području brojeva i geometrije. Takav profil pokazuje usmjerenost na nastavu na srednjoškolskoj razini te oko polovice budućih nastavnika u Njemačkoj čine nastavnicu osposobljeni za nastavu od 1. do 10. razreda. Nastavnici u trećoj skupini imali uravnotežen profil na svim trima poddomenama.

Međunarodni TEDS-M tim osmislio je ljestvicu rezultata da bi se opisale razine učinka u MCK i MPCK. Za MCK, postoje dva praga te se na taj način može razlikovati tri skupine budućih nastavnika u osnovnim školama. Najuspješnija grupa, postavljena iznad drugog praga, sastoji se od nastavnika koji su imali opsežan MCK. Oni su riješili uobičajene

probleme u visokom postotku te su bili u mogućnosti prepoznati iracionalne brojeve s vjerojatnošću većom od 70%. U svim zemljama TEDS-M, oko dvije petine nastavnika pripadalo je toj skupini. Što se Njemačke i Norveške tiče, ondje otprilike 50% budućih nastavnika u osnovnoj školi pripada ovoj skupini.

Budući nastavnici u osnovnim školama koji su u srednjoj skupini, između prvog i drugog praga posjedovali su osnovna znanja o prirodnim i cijelim brojevima, te su imali poteškoća sa primjenom teorije brojeva. Osim toga uspjeli su konstruirati i tumačiti dvo- i trodimenzionalne geometrijske oblike i izračunati njihove površine, ali su imali problema prikazom tih geometrijskih oblika u koordinatnoj ravnini. U algebri, oni su bili upoznati s varijablama i mogli su izvršiti ekvivalentne transformacije, ali su imali poteškoća u prepoznavanju kvadratnih i eksponencijalnih odnosa. U zemljama sudionicama TEDS-M-a oko 30% do 50% učitelja razredne nastave pripada ovoj skupini.

Preostala jedna petina budućih učitelja u osnovnim školama pripadali skupini ispod prvog praga. Nastavnici u toj skupini imali su problema s razumijevanjem i bili su suočeni s problemima vezanim uz dokazivanje. Osim toga imali su problema pri radu sa prirodnim i racionalnim brojevima. U algebri, primjerice, nisu bili uspješni u vizualnom predstavljanju ekvivalentnih transformacija. Isto tako, imali su poteškoća s povezivanjem različitih matematičkih koncepta i argumentiranim dokazivanjem. Ovoj skupini pripadalo je manje od 5% budućih nastavnika u Švicarskoj, te 7-12% budućih nastavnika u Njemačkoj i Norveškoj. Ovi rezultati pokazuju jasne nedostatke budućih nastavnika u osnovnim školama u tim zemljama.

6.5.2 Ishodi MCK, MPCK i GPK budućih nastavnika u srednjim školama

Prema rezultatima, budući nastavnici u Poljskoj, Švicarskoj i Njemačkoj pripadali su u skupinu zemalja u kojima je MCK bio znatno veći od međunarodnog prosjeka. Značajno je napomenuti kako je Poljska pripadala u ovu skupinu iako je njezin razvojni stupanj (HDI) bio niži od ostalih zemljama. Također je važna činjenica i da su u TEDS-M-u, uz iznimku Švicarske, sudjelovali samo srednjoškolski nastavnici koji su obrazovani na pedagoškim fakultetima. Da su osim njih bili uključeni i nastavnici obrazovani na fakultetima za nastavu više razine (razredi od 10. do 12.; kod nas je to srednja škola), zemlja bi možda bila postigla još bolje rezultate. Nasuprot rezultatima tih zemalja, MCK budućih srednjoškolskih nastavnika nižih razreda u Norveškoj bili su znatno ispod međunarodnog prosjeka. Takav rezultat je jako zabrinjavajući uzmemo li u obzir činjenicu da je Norveška jedna od najrazvijenih zemalja svijeta.

Rezultati TEDS-M s obzirom na MPCK bili usporedivi s onima za MCK. Općenito,

rezultati zemalja sudionica ne razlikuju se previše. Pet zemalja među kojima su Švicarska, Njemačka i Poljska postigle su rezultate koji su znatno iznad međunarodnog prosjeka. To je samo jedan od pokazatelja dobre tradicije obrazovanja istočnoeuropskih zemalja. No, tu se opet mora izdvojiti Norveška koja je visoko razvijena zemlja, a prema rezultatima se nalazila daleko ispod međunarodnog prosjeka. Rezultati kao takvi mogu ukazivati na određene prednosti i slabosti u području obrazovanja nastavnika u tim zemljama.

Ukupni udio točnih rezultata po sadržajnoj domeni pokazao je zanimljive prednosti i nedostatke. Budući nastavnici u nižim srednjim razredima riješio je ispravno 47% algebarskog područja, 52% brojevnog i geometrijskog područja te 55% MPCK predmeta vezanog za pitanja nastavnog plana i programa i 59% MPCK predmeta vezanih uz interakcije u razredu. Algebarski dio testa očito je bio teži od drugih dijelova, ali su sve u svemu razlike bile male. Relativno bolje poznavanje geometrije te slabije poznavanje brojeva i algebre pokazali su budući nastavnici u nižim razredima srednje škole (kod nas 7. i 8. razred) u Norveškoj. Nasuprot tome, relativno slabije poznavanje geometrije u kombinaciji s boljim poznavanjem brojeva i algebre pokazali su nastavnici u Njemačkoj i Poljskoj. Nastavnici u Švicarskoj pokazali su relativno slabije rezultate u algebri te bolje rezultate u području brojeva i geometriji. U preostalim zemljama, znanje koje nastavnici pokazuju, u velikoj mjeri odgovara međunarodnom prosjeku.

S obzirom na MCK definirana su dva praga koja ističu tri skupine budućih nastavnika u nižim razredima srednjih škola. Zbog malog broja elemenata MPCK možemo razlikovati samo dvije razine. Ispitni predmeti koji se nalazi na pragovima opisuju postojeće znanje i neznanje za svaku razinu. Tako je primjerice Norveška imala najveći udio nastavnika ili čak većinu nastavnika na najnižoj razini sposobnosti. Nastavnici na ovoj razini posjedovali su samo osnovno znanje o racionalnim brojevima, i , u ograničenoj mjeri, oni su bili u mogućnosti izvršiti jednostavne izračune, kao što je rješavanje linearnih ili jednostavnih kvadratnih jednadžbi. Također su bili u stanju riješiti probleme s cijelim brojevima. Nadalje mogli su u ograničenoj mjeri rješavati probleme dvo- i trodimenzionalnih geometrijskih likova. Sve u svemu, znanje tih nastavnika je ograničeno te su ga oni u mogućnosti primjenjivati samo na poznate vrste problema. Osim toga, u svim zemljama, budući nastavnici su pozitivno reagirali na izjave koje su naglašavale kreativnost i korisnost matematike.

Zaključak

Nakon nastave materinjeg jezika, nastava matematika je druga po zastupljenosti. S vremenom je postala jedna od osnovnih kompetencija i temelj cijeloživotnog obrazovanja. Jedan od najvažnijih službenih dokumenata koji određuje na koji će se način izvoditi nastava matematike je matematički kurikulum. U Europi ga uglavnom izdaju nacionalne tijela, te pri tome sadrži ključne ishode i ciljeve učenja matematike. Njegovom revizijom, koji se provode tijekom posljednjih desetak godina, nastoji se nastavu matematike približiti učenicima, stavljajući pri tome naglasak na kompetencije i vještine koje učenik treba postići. Time se smanjuje predmetni sadržaj, a povećava se važnost primjene znanja i mogućnost rješavanja problema. Zahvaljujući takvom matematičkom kurikulumu nekoliko zemalja je uspješno unaprijedilo znanja i vještine učenika u matematici, dok su neke smanjile razlike između natprosječnih i ispodprosječnih rezultata učenika. Unatoč tome u Europi je i dalje prisutan velik broj učenika koji ne posjeduju razinu matematičke pismenosti koja se od njih očekuje. Razlog tomu su razni čimbenici koji utječu na učenje matematike, kao što su niska razina obrazovanja roditelja, manjak obrazovnih sredstava i pomoći kod kuće, slaba unutarnja motivacija učenika i neodgovarajuće kvalifikacije učitelja i nastavnika.

Ispitivanja, kao što su PISA i TIMSS pokazala su da se u europskim zemljama rijetko preporučuju nastavne metode i načini ocjenjivanja učenika. Pokazalo se kako nema jednog ispravnog načina poučavanja, nego je najbolje koristiti različite te učenicima i ishodima učenja primjerene nastavne metode. Neke od metoda koje se preporučuju su problemsko učenje, istraživanje i zaključivanje, te povezivanje matematike sa svakodnevnim životom učenika. Zapravo se time želi postići ravnoteža između metoda koje pomažu proširenju matematičkog znanja učenika i metoda koje razvijaju matematičke vještine. Istraživanja su također pokazala kako ove metode pozitivno djeluje na učenička postignuća, te i na njihov stav prema matematici. Utjecaj informacijsko-komunikacijskih tehnologija, računala, grupiranje učenika i domaći rad u kontekstu nastave matematike imaju nešto slabiji utjecaj na učenička postignuća, kao i na njihov stav o matematici.

Kako bi se poboljšao školski uspjeh te povećao broj studenata u području matematike, prirodoslovlja i tehnologije važno je kod učenika povećati motivaciju za učenje matematike. To pokazuju i rezultati mnogih istraživanja, koja isto tako naglašavaju vezu između motivacije, stavova, samopouzdanja i postignuća u matematici. Jedan od načina kao povećati uspjeh učenika jest da se postojeće programe, koji su obično usmjereni na sposobnije učenike, usmjereni na širu populaciju s posebnom pozornošću na one učenike koji imaju nisku razinu motivacije i uspjeha.

Sažetak

Matematički kurikulum jedan je od službenih dokumenata koji sadrži ciljeve, ishode i sadržaj matematičkog programa. Revizija matematičkog kurikuluma provodi se posljednjih desetak godina s ciljem da se nastava matematike približi učenicima na način da se predmetni sadržaj povezuje sa svakodnevnim životom. Osim toga podučavanje se želi što više usmjeriti na kompetencije i vještine koje učenici trebaju steći po završetku učenja.

Kako će se ciljevi kurikuluma prenijeti u nastavnu praksu, odnosno kako će se oni pokušati ostvariti ovisi o školama i nastavnicima. Između ostalog nastavnici su ti koji odabiru nastavne metode koje će se koristiti na nastavnom satu. Brojna istraživanja pokazala su kako je nastava tim bolja što se koriste različiti metode koje su pri tome primjerene vrsti nastavnog sata, te učenicima. Osim toga, istraživanja su također pokazala kako pozitivan učinak u podizanju motivacije za učenjem matematike kod učenika može izazvati korištenje metoda kao što su problemsko učenje, istraživanje, primjena informacijsko-komunikacijske tehnologije, prvenstveno korištenje računala. Upravo primjena informacijsko-komunikacijske tehnologije podržana je u svim zemljama, a istraživanja su pokazala kako se ista ne primjenjuje često u nastavi matematike.

Kao ključan dio procesa učenja i poučavanja matematike ističe se ocjenjivanje učenika. Ključnu ulogu u tome imaju nastavnici, a što se nacionalnih smjernica za ocjenjivanje tiče, one postoje samo u nekoliko zemalja. Jedan od načina procjene učeničkih znanja su i nacionalni ispiti. Oni se uglavnom provode na kraju srednjoškolskog obrazovanja. Rezultati tih ispitivanja, unazad nekoliko godina, ukazali su na problem slabih rezultata učenika u matematici. Razlog tome može se kriti u nizu čimbenika, kako onih unutar, tako i onih izvan škole. Kako bi se taj problem što prije i što lakše riješio potrebno je pravovremeno reagirati. Kao jedan od razloga problema slabih ocjena je svakako razina motivacije za učenje matematike koje učenici posjeduju. Osim toga motivacija je važna i za odabir studija, te buduću karijeru tih učenika.

Ključne riječi: kurikulum, matematički kurikulum, nastavne metode, ocjenjivanje, motivacija

Summary

The mathematics curriculum is an official school document which includes objectives, outcomes and the mathematics syllabus. A revision of the mathematics curriculum has been conducting over the past ten years with the aim of making students more familiarized with mathematics as a subject by making the syllabus more related to everyday life. Likewise, an effort is being made to focus the teaching to the competences and skills which students are supposed to acquire at the end of their schooling.

In what way will the objectives of the curriculum be transferred to the teaching process and how they will be met depends on the schools and the teachers themselves. Moreover, the teachers are the ones who choose teaching methods that will be used in their lessons. Numerous researches have shown that the teaching is that much better as different teaching methods are used which are also more appropriate to the type of the lesson as well as students. Furthermore, researches have also shown that a positive effect in raising the level of motivation for learning mathematics in students may be a consequence of using teaching methods such as problem solving, research, using ICT, namely the use of computers. The very use of ICT has been supported in almost all countries, but researches have shown that it is seldom used in teaching mathematics.

One of key parts of learning and teaching mathematics is student assessment. Teachers have the key role and as far as the national guidelines for student assessment are concerned, they exist only in several countries. One of the ways of assessing students' knowledge is doing the national tests. They are mainly held at the end of high school education. Mathematics has its place in these tests, even in countries where only a few subjects are tested. The reason for that can lie in a number of facts, those internal to school as well as those external. In order to improve that as fast and as easy as possible it is necessary to have a timely response. Therefore, national guidelines have been offered as a way of improving that problem by a great number of countries. One of the reasons for these low grades is surely the level of motivation for learning mathematics that students possess. Moreover, motivation is crucial for choosing university studies along with future careers of those students.

Key words: curriculum, mathematics curriculum, teaching methods, assessment, motivation

Literatura

- [1] *Matematičko obrazovanje u Europi: Zajednički izazovi i nacionalne politike*, Izvršna agencija za obrazovanje, audiovizualnu politiku i kulturu (EACEA P9 Eurydice), 2011
- [2] S. BLÖMEKE, G. KAISER, *Theoretical Framework, Study Design and Main Results of TEDS-M*, (2014)
- [3] M.T. TATTO, J.SCHWILLE, S.L.SENK, L. INQVARSON, G. ROWLEY, R. PECK, ET AL., *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*, IEA, Amsterdam, 2012

Životopis

Moje je ime Anamarija Ergović. Rođena sam 3. veljače 1991. godine u Požegi. Od 1997. do 2005. godine pohađala sam osnovnu školu Vilima Korajca u Kaptolu. Tijekom osnovnoškolskog obrazovanja sudjelovala sam na natjecanjima iz matematike te sam 2002. godine sudjelovala na županijskom natjecanju. Kao odlična učenica, 2005. godine upisala sam Prirodoslovno-matematičku gimnaziju u Požegi. Maturirala sam 2009. godine te sam iste godine upisala Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike na Odjelu za matematiku Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku.