

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Ivana Pušić

Učenje matematike kroz igru

Diplomski rad

Osijek, 2015.

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Ivana Pušić

Učenje matematike kroz igru

Diplomski rad

Mentor: doc. dr. sc. Ivan Matić

Osijek, 2015.

Sadržaj

Uvod	3
1 Matematičko obrazovanje i kreativno mišljenje	5
1.1 Primjeri	6
1.2 Poticaj kreativnosti	9
1.2.1 Pitanja koja potiču razmišljanje i zaključivanje	10
1.2.2 Kriteriji vrednovanja	12
1.2.3 Primjeri	12
2 Matematika kroz igru	16
2.1 Priroda matematičkih igara	18
2.2 Prednosti igre kao nastavne metode	18
2.3 Odgojno-obrazovni ciklusi	19
2.3.1 Prvi ciklus	20
2.3.2 Drugi ciklus	24
2.3.3 Treći ciklus	28
2.3.4 Četvrti ciklus	32
Zaključak	36
Literatura	37
Sažetak	38
Summary	39
Životopis	40

Uvod

Matematika je odavno predmet koji je omražen među učenicima, a najčešći uzrok tome je loše organizirana nastava ili nezainteresiranost samog učitelja te učenika. Iz našeg školskog sustava vidljivo je da su djeca primorana učiti napamet, bez razumijevanja ili korištenja naučenih činjenica u svakodnevnom životu, te da često zaboravljaju naučeno. Nema tog aspekta života u kojem matematika nije prisutna, pa nam se prirodno nameću pitanja kako uopće učiti matematiku i zašto? Kako je učiniti zanimljivom?

Evo još nekoliko pitanja na koje možemo dati odgovor:

1. Zašto podučavati matematiku?

Na ovo pitanje je lako dati odgovor. Matematika nam služi u svakodnevnom životu, primjerice u znanosti, trgovini, industriji, finansijskom sektoru... To je vrlo moćno sredstvo komunikacije, objašnjavanja i procjene. Njezina moć je u znakovima koji imaju vlastitu „gramatiku“ i „sintaksu“. No između ostalog matematika razvija i logičko mišljenje.

2. Zašto ljudi vole matematiku?

Možemo reći da ljudi vole matematiku jer je korisna, no postoji mogućnost da njezina privlačnost leži u zadovoljstvu koju ona pruža. To posebice vrijedi za djecu koja se osjećaju zadovoljno kada riješe zadatak koji im je bio težak. Zato nastavnici moraju uvijek biti svjesni da to neće moći postići kod sve djece. Moraju nastojati svima jednakom pokazivati i približavati matematiku.

3. Je li matematika apstraktan predmet?

Možemo reći da je. Čak je i najjednostavnija matematika zapravo apstraktna. Neki matematički računi ili formule ne čine se od životne važnosti, no sve to ima svoju svrhu. Na nama je da otkrijemo koju.

4. Zašto djeca „ne znaju“ matematiku?

Znamo da djeca uče na različite načine i različitom brzinom, i ako uz to dodamo nerazumijevanje sadržaja kojeg se uči dolazi do odbojnosti prema matematici. Istraživanja su pokazala da se do djetetove jedanaeste godine oblikuje njegov odnos

prema matematici. Odrasle osobe koje kažu da ne znaju matematiku takav su odnos imale i sa 11 godina. A kad nešto ne volite nastojite to izbjjeći i stvara se „blokada“.

Uz sve gore navedene odgovore, bitno je napomenuti još jednu bitnu činjenicu, a to je razumijevanje. Nije dovoljno učiti samo da se nauči, već je potrebno razumijeti samu srž gradiva kojeg se uči. Razumijevanje nas vodi na jednu veću razinu, proširuje nam vidike, daje nam ideje kako iskoristiti naučeno i primijeniti ga u stvarnom svijetu. Kao što učenici imaju problema sa razumijevanjem, tako i nastavnici imaju problema u poučavanju nekih tema. Nisu sve teme jednako zanimljive, jasne ili primjerene dobi učenika. Zato nastavnici trebaju težiti i raditi kako bi gradivo učinili zanimljivim i primjenjivim u svakodnevnom životu. Tek kad učenici vide gdje se sve naučeno gradivo može primjeniti postoji mogućnost da ih još više zainteresiramo za matematiku.

1 Matematičko obrazovanje i kreativno mišljenje

Budući da matematika izučava kvantitativne odnose, strukturu, oblike i prostor, pravilnosti i zakonitosti, analizira slučajne pojave, promatra i opisuje promjene u različitim kontekstima te daje precizan simbolički jezik i sustav za opisivanje, prikazivanje, analizu, propitivanje, tumačenje i posredovanje ideja, matematičko obrazovanje učenicima omogućuje stjecanje znanja, vještina, sposobnosti, načina mišljenja i stavova nužnih za uspješno i korisno sudjelovanje u takvu društву.

Poučavanje i učenje matematike uključuje stjecanje znanja, vještina i sposobnosti računanja, procjenjivanja te logičkog i prostornog mišljenja. Matematički pristup problemima obuhvaća odabir i pravilnu primjenu osnovnih matematičkih vještina, otkrivanje pravilnosti u oblicima i brojevima, izradu modela, tumačenje podataka te prepoznavanje i razmjenjivanje s njima povezanih ideja. Rješavanje matematičkih problema zahtijeva kreativnost i sustavan pristup, što igra glavnu ulogu u izumima (inovacijama) te znanstvenim i tehničkim otkrićima.

Matematičko obrazovanje učenicima omogućuje postavljanje i rješavanje matematičkih problema, potičući ih pritom na istraživanje, sustavnost, kreativnost, korištenje informacija iz različitih izvora, samostalnost i ustrajnost. Svi učenici mogu i trebaju iskusiti uspjeh u matematičkim aktivnostima. Učeći matematiku, steći će samopouzdanje i sigurnost u upotrebi brojeva i razviti vještine mjeranja, konstituiranja i prostornog zora. Naučit će prikupljati, organizirati i tumačiti podatke, upotrebljavati matematički jezik i prikaze, generalizirati iz uočenih pravilnosti i veza te apstraktne misliti. Postat će aktivni sudionici u procesu učenja i tako se osposobiti za cjeloživotno učenje.

Tijekom matematičkog obrazovanja učenici bi trebali uvidjeti važnost matematike u svojim životima, steći uvid u povijesni razvoj ove znanosti te spoznati njezinu ulogu i važnost u društvu tijekom prošlosti, sadašnjosti i budućnosti. U nastavnom će procesu nove matematičke koncepte, prikaze, vještine i procese povezivati s već poznatima, s kojima imaju iskustva i koje znaju rabiti. Bavit će se matematičkim problemima koji proizlaze iz svakodnevnih, stvarnih i smislenih situacija i time uspostaviti poveznice između matematike i svakodnevnog života te drugih područja odgoja, obrazovanja i ljudske djelatnosti.

Nastava matematike koja unaprijeđuje kreativno mišljenje treba posebno ozračje pa ćemo promatrati tri aspekta. Kao prvo, treba unaprijediti individualnu i socijalnu komponentu, kao što su motivacija, znatiželja, samopouzdanje, fleksibilnost,

angažman, humor, maštu, sreću, prihvaćanje samog sebe i drugih, zadovoljstvo, uspjeh. Treba se stvoriti konkurenčijska atmosfera koja još uvjek omogućava spontano djelovanje i reakciju. Tražimo tolerantnost i slobodu gdje dvije individue mogu izraziti svoje stavove unutar skupine kako bi unaprijedili plodnu komunikaciju. Između ostalog zahtijeva se promišljena rasprava te intuitivne i spontane ideje i reakcije.

Nadalje, trebamo „zahtjevne probleme“. Oni moraju biti fascinantni, zanimljivi, uzbudljivi, važni, provokativni. Problemi otvorenog tipa su dobrodošli kao i izazovni problemi s iznenađujućim kontekstom i rezultatima. Problem (zadatak) otvorenog tipa je zadatak koji ima nekoliko ili mnogo rješenja i/ili više načina rješavanja. Rješavanje problema otvorenog tipa je nastavna strategija koja stvara interes učenika u razredu i stimulira kreativne matematičke aktivnosti putem individualnog ili suradničkog rada. Naglasak je na procesu rješavanja problema, a ne na rezultatu. Postoje dvije vrste otvorenog tipa: problemi (zadaci) koji imaju jedno rješenje ali više mogućih pristupa rješavanju i problemi (zadaci) koji imaju više različitih (konkretnih) rješenja. Kada kažemo iznenađujući kontekst mislimo na otkrivanje značenja sadržaja o kojima učenici uče. Probleme moramo spojiti s iskustvom iz svakodnevnog života pojedinih učenika, moramo pronaći područja u kojima učenici imaju iskustva i koja ih zanimaju. Učenici moraju sebe identificirati s problemom i njegovim mogućim rješenjem/rješenjima. U tom slučaju učenici mogu bolje shvatiti zašto nešto uče te mogu bolje prosuditi vlastito postignuće.

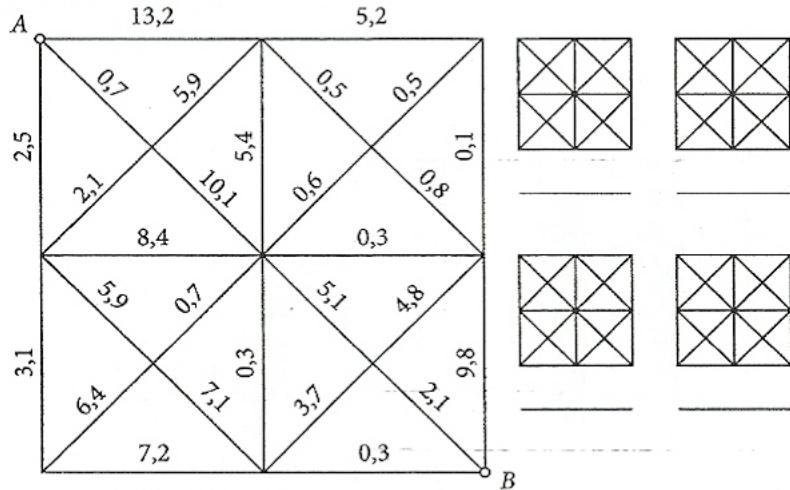
I treće, učenici moraju razviti važne vještine. Oni moraju naučiti istraživati i strukturirati problem, otkriti vlastite ili modificirati zadane tehnike, slušati i argumentirano proturječiti, definirati ciljeve, raditi zajednički u skupinama... Zapravo, tražimo učenike koji su aktivni, koji otkrivaju i iskušavaju, koji uživaju i zabavljaju se, koji prepostavljaju i testiraju svoje pretpostavke, koji se mogu smijati vlastitim pogreškama. To znači da moramo unaprijediti razvoj svih navedenih sposobnosti kako bismo unaprijedili kreativno mišljenje. Ali, ove zahtjevne sposobnosti nisu jednostavne vještine.

1.1 Primjeri

Brojni problemi u nastavi matematike nisu „izazovni“, ali ako želimo unaprijediti kreativno mišljenje u matematici, doista trebamo takve probleme. Promotrit ćemo nekoliko primjera koji bi mogli unaprijediti kreativno mišljenje:

1. Decimalna mreža

Odaber stazu od A do B . Pri svakom križanju promijeni smjer. Rabeći džepno računalo pomnoži brojeve koje si prošao. Pronađi put s najmanjim umnoškom. Imaš četiri pokušaja.



Slika 1: Decimalna mreža

Na prvi pogled, problem je jednostavan. Započni odmah, uvijek uzmi najmanji broj, izračunaj umnožak i zapiši svoj rezultat. Tada razmisli i odgovori na sljedeća pitanja:

- Kako pronaći drugu najbolju stazu?
- Postoje li pravila za pronalaženje najbolje staze?

Mogući zaključci:

- množenjem ne moramo nužno dobiti veći broj
- više faktora može dati manji umnožak
- trčanje u krug naprijed-nazad (npr. ... $0.3 \times 0.8 \times 0.6 \dots$)

2. Princip jednog načina

Metodu u kojoj uvijek primjenjujemo isti niz tipaka, u konačnici pogadajući i testirajući varijablu koja nedostaje, nazvat ćemo „princip jednog načina“. Princip jednog

načina je međukorak između jednostavnih primjera s jednostavnim brojevima i algebarske generalizacije s formulama ili funkcijama i algebarskim transformacijama. Metoda principa jednog načina razvija intiutivnu i spontanu predodžbu o odnosima između i redoslijedu brojnih varijabli. Primjenjivanje metode pogađanja i testiranja razvija intuitivan koncept postotka. Učenici mogu spontano, vrlo precizno, pogoditi rezultat prije nego li započnu sam izračun. Sličan pristup je moguć u temama kamata, kamatnog računa, rasta ili pada te brojnih drugih. Od učenika treba tražiti da zapišu način, ili više, njih iz kojih proizlazi njihovo rješenje. Nakon toga se može raspravljati jesu li ti načini ispravni te iz nesvesnog osjećaja doći do svjesnog uvida. Najbolji primjer na kojem se ova metoda može primjeniti su funkcije. Tradicionalan školski kurikulum nije se pokazao uspješnim u razvoju razumijevanja odnosa između grafa i odgovarajućeg algebarskog člana. Primjenjujući metodu pogađanja i testiranja na linearne i kvadratne funkcije učenici mogu nacrtati oblik grafa za bilo koji zadani algebraski prikaz te mogu napisati algebarski prikaz za zadani graf.

UPARI FUNKCIJE I GRAFOVE:

$$y = \frac{1}{2}(x - 3)^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

$$y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$$

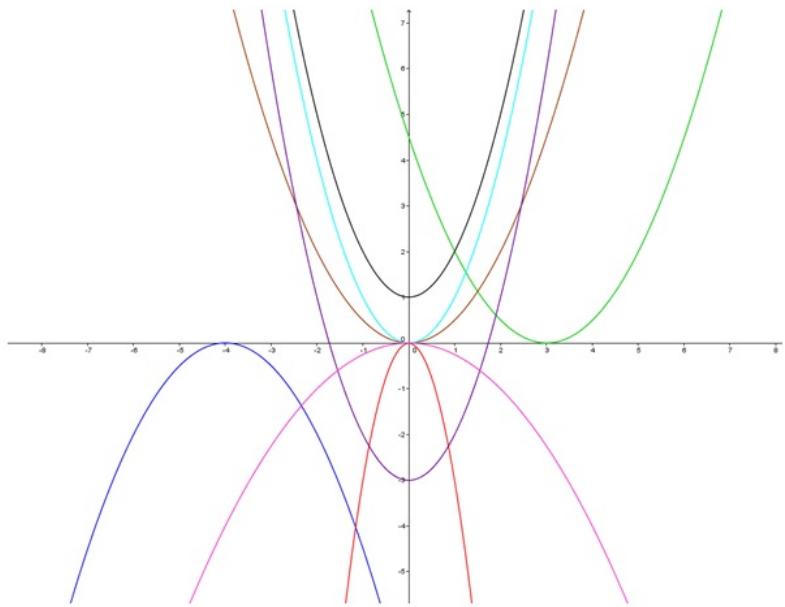
$$y = x^2 - 3$$

$$y = x^2 + 1$$

$$y = x^2$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$y = -3x^2$$

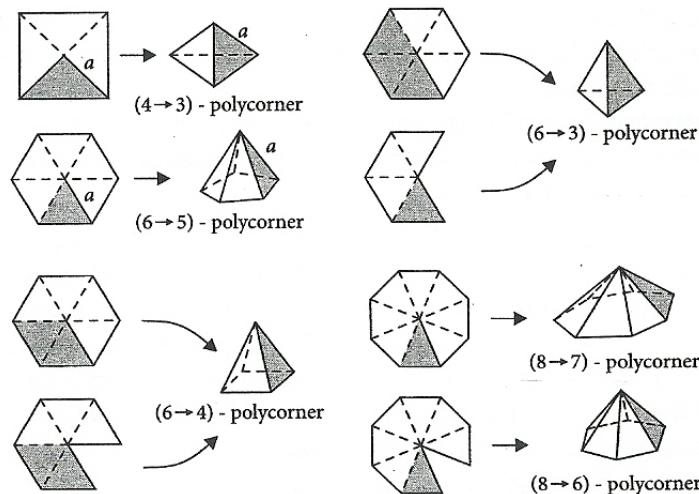


Slika 2: Upari funkcije i grafove

3. Osmisli geometrijsko tijelo

Iz kartonske kutije (oko $250\text{g}/\text{m}^2$) izrezujemo pravilne mnogokute i lijepo ih zajedno kako bismo stvorili „raznokutove“ („polycorners“), kao što je prikazano na Slici 3. Rabeći spajalice spajamo te „cigle“. Najzanimljivi su $(6 \rightarrow n)$ -„raznokutovi“ (za

$n = 5, 4$ ili 3) zbog svojih jednakostaničnih trokuta.



Slika 3: Stvaranje „raznokutova“

4. Zamišljanje geometrijskog tijela

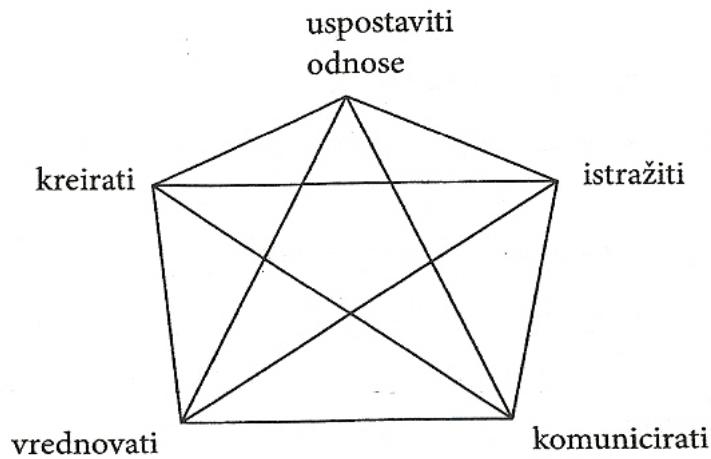
Zadano je tijelo kojemu su osnovica i gornja strana usporedne i sukladne. Opiši to geometrijsko tijelo. Osnovica i gornja strana su pravilni mnogokuti; ponovo opiši geometrijsko tijelo. Pretpostavi da tijelo nije prizma, ali da su osnovica i gornja strana pravilni mnogokuti, opiši ga. Sve strane su pravilni trokuti, opiši to tijelo. Kako se naziva geometrijsko tijelo kojemu je osnovica pravilan trokut?

1.2 Poticaj kreativnosti

Učenici su često posve zadovoljni kada dođu do rješenja problema, pa ga dalje uopće ne razmatraju. Tako propuštaju „uzbuđenje“ koje donosi razmišljanje o matematičkim idejama i zanemaruju otkrivanje novih koncepta. Učenici trebaju naučiti istraživati probleme pa će otkriti da je prava zabava počela tek u trenutku kad je orginalni problem riješen. Primjenom heuristike otvorenog tipa nudi se jedan od načina da učenici postanu kreativniji u istraživanju problema.

Učenici mogu započeti na bilo kojem mjestu ovog modela i nastaviti na nelinearan način kako bi kreativno istražili problem. Primjerice, učenik će možda povezati ideje o rješavanju problema s nekim prethodnim problemom koji je već riješio, istražiti te

ideje, kreirati novi problem na kojemu će raditi, vrednovati rješenja, komunicirati rezultate i razmisliti o drugim povezanim problemima na kojima može raditi.



Slika 4: Jedan od načina poticaja kreativnosti

1.2.1 Pitanja koja potiču razmišljanje i zaključivanje

Kako bismo poticali učenike da istražuju matematičke koncepte na višoj, kreativnijoj razini, potrebno je rabiti bogate, zanimljive probleme koji se mogu istraživati na više razina. Može se očekivati da će se problemi rješavati na razne načine, pa učenicima treba dati šansu da jedni drugima objasne što su mislili i zaključili. Jedan problem se može koristiti kao odskočna daska za nekolicinu drugih. Važno je naglasiti da bi učitelji trebali takve probleme unaprijed riješiti sa svojim kolegama (prije nego što ih primjene u nastavi) kako bi vidjeli koliko rješenja, zakonitosti, generalizacija i povezanih problema mogu pronaći.

Važno je postavljati pitanja koja učenicima pomažu pri istraživanju važnih ideja, kao što su:

Usporedbe i odnosi

1. Po čemu je ovo slično drugim matematičkim problemima ili zakonitostima s kojim sam se susretao? Po čemu se razlikuje?
2. U kojem je odnosu sa situacijom iz stvarnog života ili nekim modelom?

3. Na koji su način ove dvije varijable povezane?

Struktura, organizacija i prikazivanje

1. Kako mogu prikazati, simulirati, modelirati ili vizualizirati ove ideje na različite načine?
2. Kako mogu razvrstati, organizirati i predstaviti ove informacije?
3. Koji su ključni elementi ovoga problema?

Pravila i procedure

1. Koje korake trebam slijediti pri rješavanju problema? Postoji li jednostavniji ili bolji način?
2. Imam li dovoljno informacija? Previše? Proturječne informacije?
3. Što ako promijenim jedan ili više dijelova problema? Kakav će to učinak imati na ishod?

Zakonitosti i generalizacije

1. Koje zakonitosti uočavam u ovim podatcima?
2. Mogu li generalizirati uočene zakonitosti?

Zaključivanje i provjera

1. Kako ovo funkcioniра? Ako ne funkcioniira, zbog čega?
2. Hoće li uvijek funkcioniрати? Hoće li ikada funkcioniрати?
3. Je li prihvatljivo? Kako to dokazati? Jesam li siguran?

Optimizacija i mjerjenje

1. Koliko je veliko? Koje je najveće moguće rješenje? Najmanje?
2. Koliko rješenja postoji? Koje je najbolje?
3. Kolika je vjerojatnost?

1.2.2 Kriteriji vrednovanja

Ukoliko želimo da učenici razviju temeljito razumijevanje matematičkih koncepta, trebamo primjenjivati kriterije vrednovanja koji potiču više razine mišljenja i kreativnost, kao što su:

- **Razina razumijevanja**- mjera do koje su ključni koncepti istraživani i razvijeni
- **Tečnost**- broj različitih točnih odgovora, metoda rješavanja ili novoformuliranih pitanja
- **Fleksibilnost** - broj različitih kategorija rješenja, metoda ili pitanja
- **Originalnost** - rješenja, metode ili pitanja su jedinstveni i pokazuju pronikljivost
- **Elegancija** - kvaliteta izražavanja mišljenja, uključujući tablice, grafove, crteže, modele i riječi
- **Generalizacija** - zakonitosti su primjećene, hipoteze postavljene i provjerene za veće kategorije
- **Nadogradnja** - postavljena su i istražena povezana pitanja, posebice ona koja uključuju *zbog čega iz što ako.*

Učenicima je potrebno pomoći naučiti prijeći s problema uvježbavanja s jednim odgovorom na probleme otvorenog tipa koji zahtijevaju razmišljanje, zaključivanje, potvrđivanje, te one povezane koji produbljuju i proširuju matematiku koja se proučava.

1.2.3 Primjeri

Problemi s brojevima

I.

1. *Uvježbavanje i vještine:*

Prouči sljedeći niz 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5...

Ispiši sljedećih deset brojeva niza.

2. Problem:

Prouči sljedeći niz $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5\dots$

Koji je tisućiti član niza? Objasni svoj odgovor.

3. Istraživanje:

Prouči sljedeći niz $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5\dots$

Nastavi niz i istraži zanimljive zakonitosti. Navedi što više zakonitosti koje možeš naći i predviđi posljedicu nastavljanja niza na n -ti član. Objasni svoj odgovor. Usapore ga sa sličnim problemima.

II.

1. Uvježbavanje i vještine:

Dopuni sljedeća tri retka tablice i objasni svoju metodu.

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19

2. Problem:

Bez popunjavanja tablice, odredi gdje će se pojaviti broj 289. Objasni svoj odgovor.

3. Istraživanje:

Ispiši sve zakonitosti koje primjećuješ. Zapiši i provjeri generalizacije o svojim zakonitostima.

Geometrijski problemi i problemi s mjeranjem

I.

1. Uvježbavanje i vještine:

Izračunaj opseg i površinu pravokutnog travnjaka duljine 5 metara i širine 4 metra.

2. Problem:

Imam pravokutni travnjak površine $24m^2$ i opsega 20m. Koje su dimenzije mog travnjaka?

3. Istraživanje:

Imam pravokutni travnjak površine $24m^2$. Koji je najmanji mogući opseg mog travnjaka? A najveći? Što ako travnjak nije pravokutnog oblika? Ako se površina udvostruči, hoće li se udvostručiti i odgovori na ovdje postavljena pitanja?

II.

1. Uvježbavanje i vještine:

Izračunaj opseg i površinu mnogokuta nacrtanog u točkastoj ravnini.

2. Problem:

Nacrtaj mnogokut čija je površina jednaka dvjema jediničnim kvadratićima s najmanjim mogućim opsegom. Nacrtaj mnogokut čija je površina jednaka dvjema jedniničnim kvadratićima s najvećim mogućim opsegom.

3. Istraživanje:

Nacrtaj najveći mogući broj mnogokuta s površinom jednakom dvjema jediničnim kvadratićima. Napravi shemu klasifikacije kako bi provjerio jesu li pronašao sve moguće mnogokute.

Algebarski problemi

1. Uvježbavanje i vještine:

Josip je po sljedećim cijenama odlučio kupiti privjeske, autiče i plišane životinjice za školski sajam:

Privjesci	0.50 kn po komadu
Autići	1.00 kn po komadu
Plišane životinjice	10.00 kn po komadu.

Ako kupi 15 privjesaka, 35 autića i 50 plišanih životinjica, koliko će novaca potrošiti?

2. Problem:

Martina ima 100 kn i želi kupiti točno 100 igračkica. Odlučila je kupiti privjeske, autiče i plišane životinjice po sljedećim cijenama:

Privjesci	0.50 kn po komadu
Autići	1.00 kn po komadu
Plišane životinjice	10.00 kn po komadu.

Koje kombinacije igračaka može kupiti?

3. *Istraživanje:*

Filip ima 100 kn i želi kupiti najmanje 60 igračkica. Odlučio je kupiti privjeske, autiće i plišane životinjice po slijedećim cijenama:

Privjesci	0.50 kn po komadu
Autići	1.00 kn po komadu
Plišane životinjice	10.00 kn po komadu.

Koje kombinacije igračaka može kupiti? Rezultate prikaži tablicom. Koje zakonitosti primjećuješ?

2 Matematika kroz igru

U doticaju s učenicima svakodnevno se susrećemo s istinskim nerazumijevanjem matematičkih koncepata. Mnoge postupke koje su usvojili čak do automatizma te ih često izvode brzo i bez greške učenici ipak ne razumiju u potpunosti. Međutim, naučeno vrlo lako zaboravljaju, a ukoliko se ukaže potreba za primjenom stečenih znanja na rješavanje problema u svakodnevnom životu, mnogi od njih nailaze na poteškoće. Ne sumnjajući u svoje znanje matematike (stekli su mnoge vještine), a suočeni s potrebom njene primjene u stvarnosti, lako i brzo odustaju, sigurni u neuspjeh zbog nerazumijevanja postavljenog problema i nemogućnosti njegovog prevođenja u matematički jezik.

Navedeni se problem pojavljuje već u nižim razredima, produbljuje se u višima, dok se u srednjoj školi teško nadoknađuje propušteno. Samim time je i usvajanje novih sadržaja teže. Sve se to često događa radi neprilagođenih prijelaza iz razredne u predmetnu nastavu te kasnije u srednju školu.

Jedan od prijedloga kako matematiku učiniti zanimljivom je igra. Ona je opće poznata svoj djeci i u svakom slučaju pruža im osjećaj zadovoljstva. Zašto je onda ne bi iskoristili za nešto više, za učenje?

Kroz igru djeca otkrivaju svoje mogućnosti, razvijaju sposobnosti i vještine, stječu iskustva, uče i stvaraju. Igra potiče maštu i kreativnost. Stoga igru možemo definirati kao najlakši način da se učenicima približe teška gradiva i prilagode njihovim intelektualnim sposobnostima. No prava definicija igre je sljedeća: *Aktivnost jedne ili više osoba koja služi za raznovrstanu i zabavu. Bit igre je postići neki cilj pridržavajući se zadanih pravila.* Ključne komponente igre su: motivacija za dostizanje cilja, poštivanje postavljenih pravila, interakcija (kontakt među sudionicima) te usvajanje novih znanja i vještina.

Koji su ciljevi ovakvih aktivnosti tj. igre?

- Usvojiti temeljna matematička znanja, vještine i procese te uspostaviti i razumjeti matematičke odnose i veze
- Osposobiti učenike za rješavanje matematičkih problema i primjenu matematike u različitim kontekstima
- Razvijati pozitivan odnos prema matematici, odgovornost za svoj uspjeh i napredak te svijest o svojim matematičkim postignućima

- Razvijati apstrakno i prostorno mišljenje te logičko zaključivanje.

Ishodi učenja ovih aktivnosti su sljedeća:

Učenici će moći

- Opisati riječima matematičke objekte, ideje, postupke i rješenja te ih prikazati slikama, crtežima, didaktičkim materijalima, dijagramima i brojevima
- Samostalno protumačiti tekstualni matematički zadatak
- Saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički rješavati zadatke
- Usporediti, grupirati i razvrstati objekte i pojave prema određenom kriteriju u jednostavnim konkretnim situacijama
- Izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema
- Postavljati matematički svojstvena pitanja (Koliko ima..? Što je poznato? Što trebamo odrediti? Kako ćemo odrediti? i slično) te stvarati i istraživati pretpostavke o matematičkim objektima, pravilnostima i odnosima.

Kroz igre i matematičke aktivnosti učenici izgrađuju osjećaj za matematičke vrijednosti te na temelju toga razvijaju i modificiraju svoje mišljenje. Savladavanje matematike ne znači samo pronaći točan odgovor, već i naučiti proces rješavanja i primjenjivati već naučen materijal pri savladavanju novih problema. Pronalaženje točnog odgovora na matematičke zadatke je bitno, međutim ponekad i pogrešan odgovor može biti od pomoći. Do pogrešnog rješenja se najčešće dolazi ukoliko učenik ne razumije zadatak u potpunosti. Ako dođe do toga od učenika se treba tražiti da objasni svoj način rješavanja zadatka kako bi se vidjelo gdje grijesi. Učenike treba poticati i ohrabrvati da postavljaju pitanja o svojim razmišljanjima. No, svakako im treba ukazati na vrijednost rješavanja zadataka koje smatraju izrazito teškim. Nije stvar zapravo u težini zadatka, nego se radi o razumijevanju i primjenjivanju već ranije naučenih stvari. Ono od čega djeca najviše bježe je računanje napamet. Radije će izabrati kalkulator nego savladati osnovne tehnike računanja. Možemo reći da korištenje mentalne matematike čini djecu snalažljivijom u svakodnevnim matematičkim vještinama pa bi trebalo više poraditi na njoj.

2.1 Priroda matematičkih igara

Edukacijske igre definirane su kao ugodna društvena aktivnost s ciljevima, pravilima i obrazovnim ishodima, a one koje ćemo razmatrati su matematičke igre. Najvažniji aspekt je zabava. Ako matematičke igre nisu tako napravljene može se dogoditi da igrač bude frustriran i mogao bi odustati od takvog načina učenja. Igre su dosta važne i za razvoj socijalnih vještina jer se stvara interakcija između igrača. Igrači se druže, razmjenjuju načine rješavanja zadatka, ali se i zbližavaju. Pogodne su za simuliranje matematičkih diskusija, pomažu pri razvoju matematičkog shvaćanja te za razvoj strategija učenja novih koncepata. Uloga matematičkih igara u učionici čini proces učenja mnogo ugodnijim i uspješnijim, obogaćuje vokabular, daje val novih ideja, dopušta da individualne razlike među učenicima postanu vidljive, poboljšava navike učenja, razvija pozitivan stav prema učenju. Igre koje bi koristili u radu mogu biti izrađene od jednostavnog i jeftinog materijala. Primjerice to mogu biti karte, igrače ploče, markeri, bojice i slično.

Igre treba upotrebljavati u pravo vrijeme, a ne samo da bi ispunili satnicu svoga sata. Svaka od igara mora imati svoju svrhu, a ne ih izabirati nasumično. Zadatak učitelja je pronaći odgovarajuće igre čiji koncept počiva na problemima stvarnog života jer u tom slučaju učenje postaje efektivnije, ali pomaže pri poboljšanju nastavnih metoda. Treba raditi na zadacima koji pospješuju deduktivno zaključivanje, te vježbati računske operacije bez upotrebe kalkulatora. Između ostalog djecu bi trebalo naučiti matematički komunicirati i razmišljati.

Matematički komunicirati znači koristiti riječi, brojeve i matematičke simbole za objašnjavanje određenih situacija, razgovarati na koji način se dolazi do rješenja problema, je li takav način razmišljanja ispravan, slušati tuđa razmišljanja o matematici, koristiti slike da bi se objasnili pojmovi, tražiti od djece da objasne zadatak ili svoj način razmišljanja.

Matematički razmišljati znači razmišljati na logičan način, biti u stanju primjetiti sličnosti i razlike, donositi odluke na temelju tih sličnosti i razlika i razmišljati o odnosima između određenih pojmoveva.

2.2 Prednosti igre kao nastavne metode

Unutar igre se lako postiže najveća koncentracija. Emocionalni stav učenika prema igri je pozitivniji nego prema ozbiljnog i formalnom učenju. Osim toga povećana je i aktivnost učenika tokom igre nego u nekim drugim oblicima učenja.

Ono što je bitno, tokom igre se učenici manje umaraju, a naučene sadržaje duže pamte i lakše primjenjuju. Igra povećava motivaciju jer djeca svojevoljno odbiru sudjelovati i uživati u igri. Time se izgrađuje i pozitivan stav jer se gradi samopoštovanje, ali djeluje na smanjivanje straha od neuspjeha i pogreške. U usporedbi s formalnim učenjem, učenje kroz igru povećava interes za još više učenja, ali povećava i interakciju između učenika te mogućnost razvijanja različitih strategija za rješavanje zadataka. Još jedna od prednosti je učenje jedni od drugih. Postoji mogućnost da se netko od učenika nije nikada susreo s načinom rješavanja zadatka, dok drugi jest. Na taj način djeće razmišljanje dolazi do izražaja, te to razmišljanje često bude vidljivo kroz njihovo djelovanje i donošenje odluka tijekom igre. To je dobro za nastavnika jer može procijeniti učenika u takvim situacijama. Ne zaboravimo da učenici mogu raditi neovisno o učitelju jer ih pravila igre i njihova motivacija drže usmjerenim na zadatke.

2.3 Odgojno-obrazovni ciklusi

Odgojno-obrazovni ciklusi jesu odgojno-obrazovna razdoblja učenika koja čine jednu cjelinu. Obuhvaćaju nekoliko godina školovanja tijekom određene odgojno-obrazovne razine te imaju zajedničke odgojno-obrazovne ciljeve, odnosno očekivanja što sve učenik treba postići u određenom razvojnemu ciklusu. Odgojno-obrazovni ciklusi temelje se na razvojnim fazama učenika. Nacionalni okvirni kurikulum određuje četiri odgojno-obrazovna ciklusa za stjecanje temeljnih kompetencija. Oni su redom:

- **Prvi ciklus** koji čine I., II., III. i IV. razred osnovne škole.
- **Drugi ciklus** koji čine V. i VI. razred osnovne škole.
- **Treći ciklus** koji čine VII. i VIII. razred osnovne škole.
- **Četvrti ciklus** odnosi se na I. i II. razred srednjih strukovnih i umjetničkih škola, dok u gimnazijama obuhvaća sva četiri razreda.

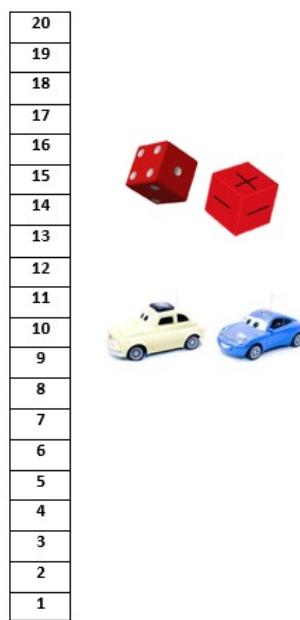
U dalnjem radu razradit ćemo aktivnosti kroz sva četiri ciklusa s ciljem unaprijeđenja učenja matematike.

2.3.1 Prvi ciklus

Prvi ciklus obuhvaća razrednu nastavu odnosno I., II., III. i IV. razred.

Aktivnost 1: Zbrajanje i oduzimanje do 20

- Uzrast: 1. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će ovladati postupkom zbrajanja i oduzimanja.
- Oblik rada: Rad u paru, individualni rad.
- Priprema: Učitelj pripremi trakicu s brojevima od 1 do 20, autiće te dvije kockice. Na jednoj kockici se nalaze brojevi od 1 do 6, a na drugoj znak za zbrajanje i oduzimanje.
- Opis aktivnosti: Dva učenika igraju jedan protiv drugog bacajući naizmjence kockice. Autići su postavljeni na broj 1. Ukoliko učenik dobije znak + pomiče se unaprijed za broj koji se okrenuo na drugoj kockici, a ukoliko dobije znak - pomiče se unatrag. Pobjednik je onaj igrač koji prvi dođe do broja 20.



Slika 5: Zbrajanje i oduzimanje do 20

Aktivnost 2: Kupovina

- Uzrast: 2. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će upoznati jedinice za hrvatski novac, ospoznati se za služenje novcem, istraživati koncepte usporedbe i procjene.
- Oblik rada: Individualni rad.
- Priprema: Učitelj pripremi košaricu sa kupljenim proizvodima iz trgovine približne vrijednosti 20 kn.
- Opis aktivnosti: Podijelite svakom učeniku papir sa košaricom. Pitajte učenika da pokuša procijeniti ukupnu vrijednost svih proizvoda u košarici. Pored svakog proizvoda se nalazi cijena. Kada učenik procijeni ukupnu vrijednost košarice, postavite učeniku sljedeće pitanje: „Ako imam kovanice od 1 kn, koliko kovanica će mi trebati da platim sve proizvode? Ako imam samo novčanicu od 20 kn, koliki bi ostatak trebao dobiti?“.



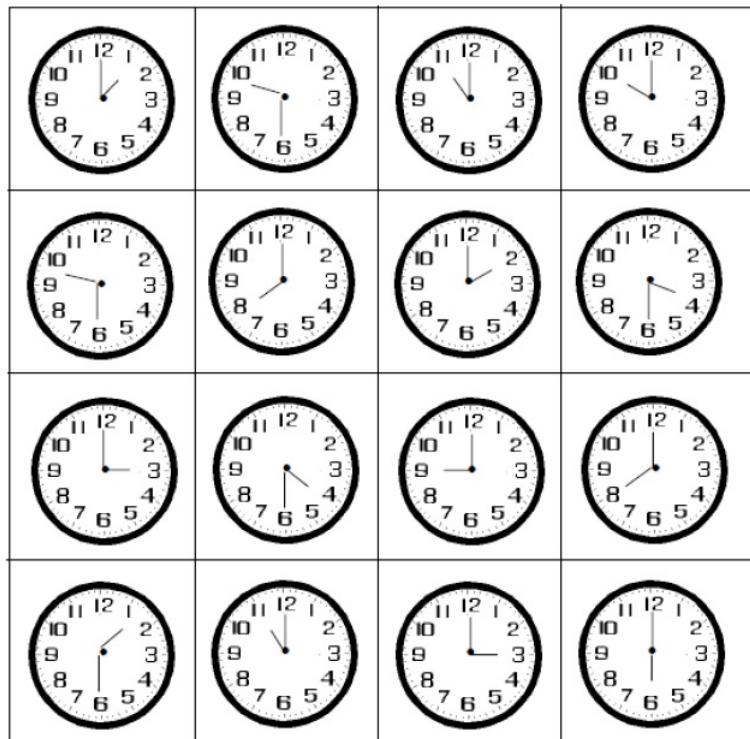
Slika 6: Primjer jedne košarice

Aktivnost 3: Mjerenje

- Uzrast: 3. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će upoznati jedinice za mjerenje obujma tekućine te za mjerenje mase, istraživati koncepte usporedbe i procjene.
- Oblik rada: Individualni rad, grupni rad, rad u paru.
- Priprema: Potrebna je posuda za mjerenje, tri čaše iste veličine označene brojevima od 1 do 3, voda.
- Opis aktivnosti: Napunite različite količine vode u tri čaše (prvu čašu napunite do pola, drugu manje od pola, a treću više od pola). Poredajte čaše jednu pored druge. Postavite učenicima sljedeće pitanje: „Što mislite da li je nivo vode isti ili različit u ove tri čaše?“. Također možete postaviti pitanja koja će potaknuti uspoređivanje, procjenjivanje i razmišljanje o različitim mjerama. Primjerice: „Koja čaša ima najviše vode? Koja čaša ima najmanje vode? Koliko čaša vode će nam trebati da napunimo posudu za mjerenje?“. Sipajte još vode u jednu od čaša u kojoj ima malo vode tako da dvije čaše imaju otprilike istu količinu vode. Poredajte čaše tako da dvije koje imaju istu količinu vode ne stoje jedna pored druge. Postavite iduće pitanje: „Što mislite koje čaše imaju istu količinu vode?“.
- Napomena: Kada učenik počne razumijevati zadatak možete aktivnost ponoviti s različitim predmetima drugačijih oblika koje mogu sadržavati iste količine supstanci (riže, brašna, kokica). Ova aktivnost pomaže da učenik uoči usporedbu između različitih kapaciteta raznih oblika i veličine različitih predmeta.

Aktivnost 4: Kazaljke i kutevi

- Uzrast: 4. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će razlikovati pravi, šiljasti i tupi kut.
- Oblik rada: Individualni rad.
- Priprema: Učitelj projicira sliku satova na projektoru.
- Opis aktivnosti: Učenicima je projicirana slika satova koja pokazuju različito vrijeme. Zadatak učenika je napisati koliko je sati te prepoznati kakav kut zatvaraju velika i mala kazaljka.



Slika 7: Kazaljke i kutevi

2.3.2 Drugi ciklus

Obuhvaća V. i VI. razred.

Aktivnost 5: Čovječe, ne ljuti se

- Uzrast: 5. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će ovladati postupkom računanja s više računskih radnji uz uporabu zagrada i bez uporabe zagrada.
- Oblik rada: Grupni rad.
- Priprema: Potrebna je ploča za igranje, kockica, pijuni, štoperica, papir i olovka.
- Opis aktivnosti: Ovu igru igraju 2-4 igrača. Igru započinje onaj igrač koji prvi dobije šesticu na kockici. Tada postavlja pijun na označeni dio (gdje je strelica) i kreće s igrom. Svaki od igrača ima dva pijuna. Na poljima kojima će se pijuni kretati postavljeni su brojevi. Svaki broj od 1 do 16 označava zadatku koji treba riješiti. Svaki točno riješen zadatku donosi određen broj kretanja unaprijed uz već dobiveni broj na kockici, no vrijeme za rješavanje zadatka je ograničeno: 90 sekundi po zadatku. Svaki netočno riješen zadatku ili neriješeni zadatku vraća igrača jedno polje unatrag. Ukoliko igrač točno riješi zadatke 1, 5, 9 i 13 pomiče se jedno polje unaprijed, zadatke 2, 6, 10 i 14 pomiče se dva polja unaprijed, zadatke 3, 7, 11 i 15 tri polja unaprijed, a zadatke 4, 8, 12 i 16 četiri polja unaprijed. Pobjednik je onaj igrač koji oba pijuna spremi u kućicu.

Zadaci:

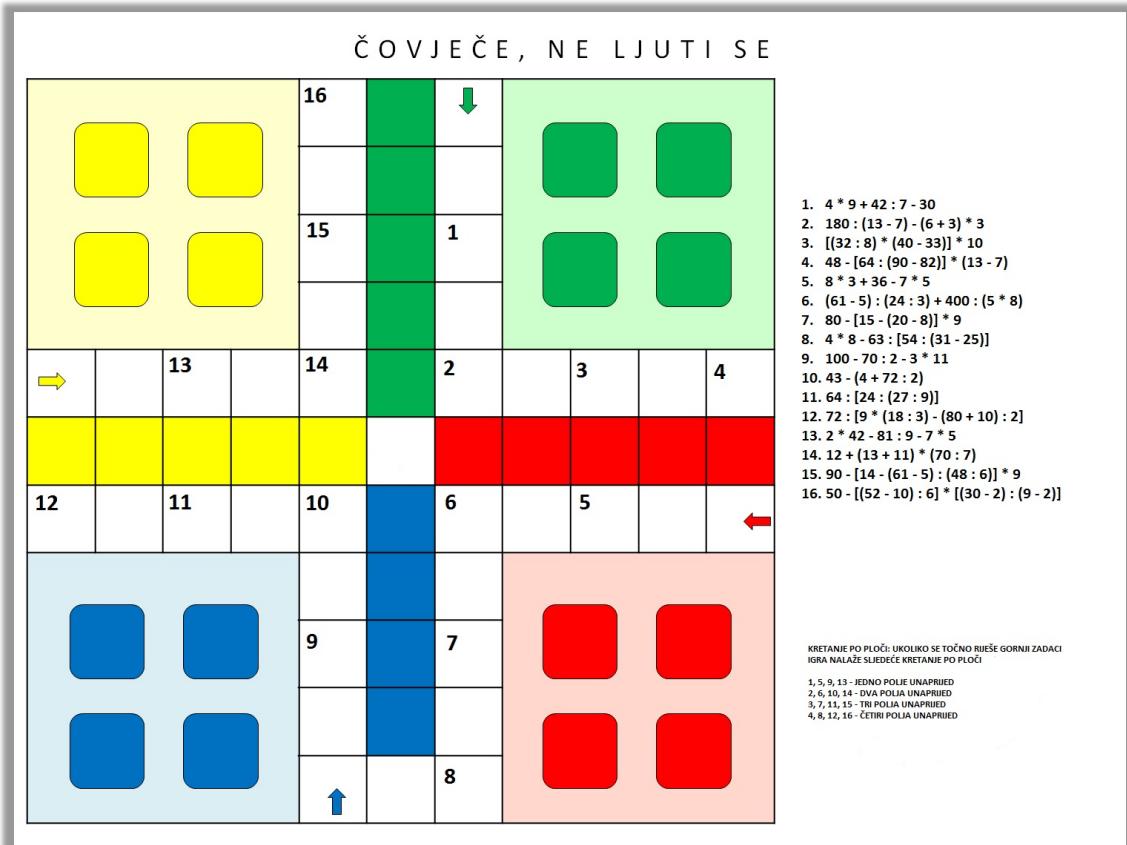
1. $4 \cdot 9 + 42 : 7 - 30$
2. $180 : (13 - 7) - (6 + 3) \cdot 3$
3. $[(32 : 8) \cdot (40 - 33)] \cdot 10$
4. $48 - [64 : (90 - 82)] \cdot (13 - 7)$
5. $8 \cdot 3 + 36 - 7 \cdot 5$
6. $(61 - 5) : (24 : 3) + 400 : (5 \cdot 8)$
7. $80 - [15 - (20 - 8)] \cdot 9$
8. $4 \cdot 8 - 63 : [54 : (31 - 25)]$
9. $100 - 70 : 2 - 3 \cdot 11$
10. $43 - (4 + 78 : 2)$
11. $64 : [24 : (2 : 9)]$
12. $72 : [9 \cdot (18 : 3) - (80 + 10) : 2]$

$$13. \ 2 \cdot 42 - 81 : 9 - 7 \cdot 5$$

$$14. \ 12 + (13 + 11) \cdot (70 : 7)$$

$$15. \ 90 - [14 - (61 - 5) : (48 : 6)] \cdot 9$$

$$16. \ 50 - [(52 - 10) : 6] \cdot [(30 - 2) : (9 - 2)]$$



Slika 8: Čovječe, ne ljuti se

Aktivnost 6: Razlomci i države svijeta

- Uzrast: 6. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će usvojiti postupak zbrajanja i oduzimanja razlomaka različitih nazivnika, znati je li zadani razlomak veći ili manji od 1, izračunati jednostavnije brojevne izraze, stečena znanja razumijeti i primjeniti za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života.
- Oblik rada: Grupni rad.

- Priprema: Papir sa zadacima, papir sa praznim poljima zastava koje učenici trebaju obojati kada dobiju rješenje.
- Opis aktivnosti: Učenici u grupi rješavaju zadatke primjene, a ukupno imaju 14 zadataka za riješiti. Kada učenici riješe zadatak, trebaju procjeniti je li rezultat manji, veći ili jednak 1. Ukoliko je rješenje manje od 1 predviđeni dio oboji crvenom bojom, veće od 1 oboji bijelom bojom, a ukoliko je jednako 1 oboji plavom bojom. Kada se oboje svi dijelovi pokušajte pogoditi o kojim državama se radi. Ovdje je ostvarena korelacija s geografijom. Bojanjem predviđenih dijelova nakon rješenja zadataka dobivaju se zastave pet država, Rusije, Nizozemske, Francuske, Češke i Švicarske. Iako učenici tek u 7.razredu uče o Europi, ne bi im trebao biti problem prepoznati barem dvije države. Za ostale države koje učenici nisu prepoznali nastavnik kaže o kojim državama se radi.

Zadaci:

1. Uvećaj zbroj $8\frac{1}{2} + 5\frac{3}{7}$ za zbroj $4\frac{2}{3} + 8\frac{5}{6}$.
2. Luka je pojeo $\frac{2}{3}$ čokolade, Petar $\frac{1}{4}$, Marija $\frac{1}{12}$ čokolade. Koliki dio čokolade su troje prijatelja zajedno pojeli?
3. Anina baka je zasijala $\frac{3}{10}$ vrta salatom, $\frac{3}{8}$ cvijećem i $\frac{1}{4}$ vrta mrkvom. Je li baka zasijala cijeli vrt?
4. Nosivost kamiona je 15t. U prvom mjestu je utovario $3\frac{3}{4}$ t, u drugom mjestu $9\frac{1}{2}$ t, a u trećem $1\frac{1}{2}$ t. Koliko još tereta je moguće utovariti na kamion, a da se ne prijede njegova nosivost?
5. Lukin mlađi brat je još beba i puno spava. Prije podne je spavao $1\frac{1}{2}$ sata, poslije podne $2\frac{2}{3}$ sata, a zatim je prespavao cijelu noć, tj. $11\frac{3}{4}$ sata. Koliko je ukupno spavao Lukin brat?
6. Jedan traktor je pokosio $\frac{1}{6}$ livade, drugi $\frac{3}{8}$, a treći $\frac{11}{24}$ iste te livade. Jesu li pokosili cijelu livadu?
7. Vrtlar je prvi dan prekopao $\frac{2}{5}$ vrta, a drugi dan $\frac{1}{4}$. Drugog je dana dobio pomoćnika koji je prekopao $\frac{7}{20}$ vrta. Jesu li vrtlar i pomoćnik uspjeli prekopati cijeli vrt za dva dana?

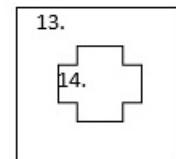
8. Maja je pripremila osvježavajući napitak za svoj rođendan. Pomiješala je $2\frac{1}{4}$ l soka od maline, $\frac{1}{2}$ l soka od limuna, $1\frac{3}{4}$ l soka od narače i $\frac{7}{10}$ l soka od borovnice. Koliko litara soka je pripremila Maja?
9. Ana je pojela $\frac{1}{6}$ torte, Luka $\frac{1}{5}$ više od Ane, a Marija $\frac{1}{3}$ manje od Luke. Jesu li pojeli cijelu tortu?
10. Lucija je u posudu od 1 l ulila $\frac{2}{3}$ l vode, $\frac{1}{5}$ l mlijeka i $\frac{2}{15}$ l slatkog vrhnja. Je li Lucija uspjela napuniti cijelu posudu?
11. Marija je kupila $\frac{3}{5}$ kg jabuka i $\frac{3}{4}$ kg krušaka. Koliko je voća Marija kupila?
12. Luka i Lucija su zajedno rješavali test iz matematike. Luka je znao riješiti $\frac{3}{10}$ zadataka, a Lucija $\frac{3}{5}$ zadataka. Jesu li znali riješiti cijeli test?
13. Putnik prijeđe prvi dan $\frac{1}{5}$, a drugi dan $\frac{4}{7}$ predviđenog puta. Želi li stići treći dan, koliko još mora prijeći?
14. Umjesto u $14\frac{3}{4}$ sati Marin je na sastanak s Majom došao $\frac{1}{2}$ sata ranije. Koliko je tada bilo sati?

1.
2.
3.

4.
5.
6.

7.
8.
9.

11.
10.
12.



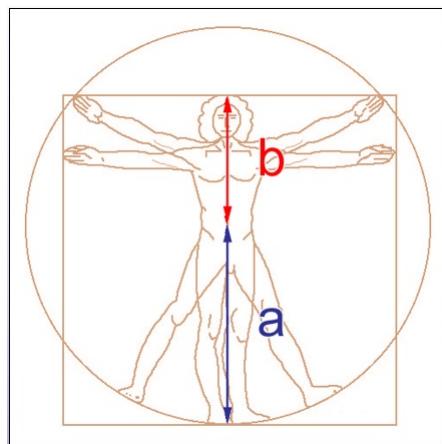
- Rješenje: Prva zastava je zastava Rusije, druga Nizozemske, treća Francuske, četvrta Češke, a peta Švicarske.

2.3.3 Treći ciklus

Obuhvaća VII. i VIII. razred.

Aktivnost 7: Proporcionalnost

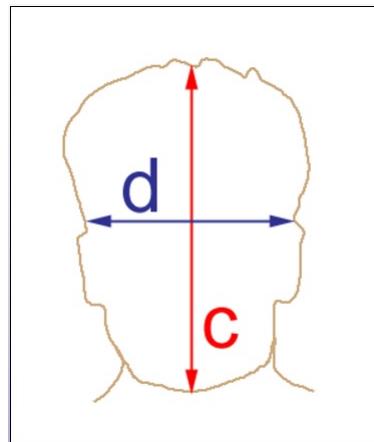
- Uzrast: 7. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će određivati bilo koji nepoznati član proporcije koristeći osnovno svojstvo proporcije, prepoznavati proporcionalne veličine u zadacima iz svakidašnjice.
- Oblik rada: Grupni rad.
- Priprema: Nastavnik za svaku grupu treba pripremiti metar te papir sa praznom tablicom.
- Opis aktivnosti: Svaka grupa dobije papir s uputama na kojima se nalazi i prazna tablica koju trebaju popuniti te metar. Prvi zadatak je izmjeriti svakom učeniku u grupi udaljenost od pupka do nožnih prstiju (a) te udaljenost od pupka do tjemena glave (b) (vidjeti Sliku 9.).



Slika 9:

Drugi zadatak je vrlo sličan prvom. U drugom zadatku učenici trebaju jedan drugome izmjeriti duljinu (c) te širinu glave (d) (vidjeti Sliku 10.). Podatke upisuju u predviđenu tablicu.

Kada učenici dođu do potrebnih zaključaka o proporcionalnim veličinama za zadaću im možemo zadati da istraže Vitruvijevog čovjeka, poznati crtež Leonarda da Vincija.

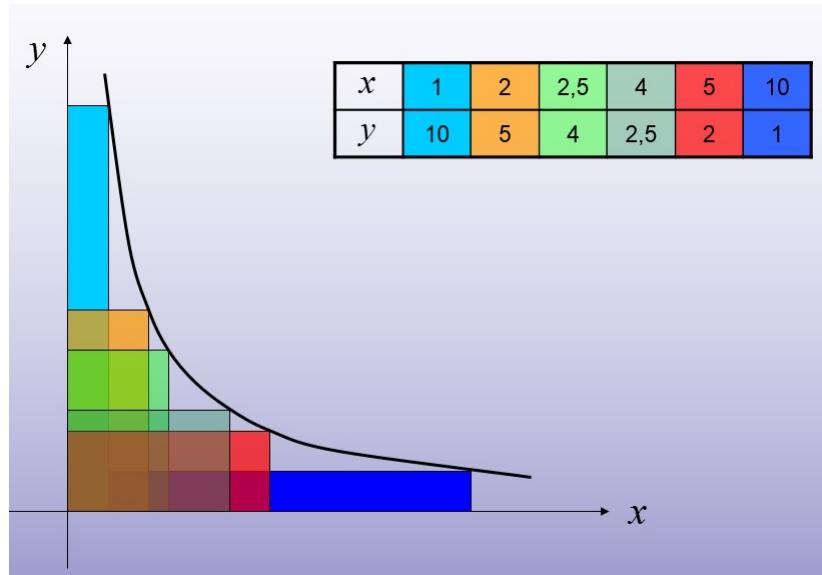


Slika 10:

- Napomena: Omjeri te općenito proporcionalnost su pojmovi koje učenici teško shvaćaju. Mišljenja sam da učenici sami trebaju doći do zaključaka što je to omjer, proporcionalnost te obrnuta proporcionalnost. Ova aktivnost ih navodi na zaključak da je vrijednost omjera dvaju racionalnih brojeva jednaka količniku tih brojeva. Isto tako zaključit će da koliko se puta poveća (smanji) jedna veličina toliko puta se poveća (smanji) druga veličina te da je kvocijent tih veličina konstantan.

Aktivnost 8: Obrnuta proporcionalnost

- Uzrast: 7. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će određivati bilo koji nepoznati član proporcije koristeći osnovno svojstvo proporcije, prepoznavati obrnuto proporcionalne veličine na primjerima iz svakidašnjice.
- Oblik rada: Rad u paru.
- Priprema: Prije početka ove aktivnosti, nastavnik treba ponoviti sa učenicima proporcionalnost.
- Oblik aktivnosti: Učenicima je postavljeno sljedeće pitanje: „Kakve sve pravokutnike možemo napraviti kojima je površina 10cm^2 ?“. Nakon što učenici nađu sva moguća rješenja nastavnik projicira sliku s rješenjima na projektoru (vidjeti Sliku 11.).



Slika 11:

Nastavnik treba navesti učenike da dođu do sljedećeg zaključka: povećamo li vrijednost jedne veličine k puta, odgovarajuća vrijednost druge veličine smanjit će se k puta. Dakle, kažemo da su duljine pravokutnika x i širina pravokutnika y obrnuto proporcionalne veličine tj. njihov umnožak je konstantna veličina.

Aktivnost 9: Bingo

- Uzrast: 8.razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će kvadrirati racionalne brojeve i procjenjivati vrijednosti kvadrata, računati s korjenima, djelomično korjenovati te racionalizirati nazivnik.
- Oblik rada: Individualni rad.
- Priprema: Materijali potrebni za ovu igru su kartice s rješenjima dimenzija 4×4 , kartice sa zadacima koje se izvlače iz vrećice, papir i olovka.
- Opis aktivnosti: Ovu igru može igrati 2-5 igrača. Igračima su podijeljenje kartice dimenzija 4×4 gdje se nalaze rješenja zadataka. Nastavnik ili jedan od učenika izvlače kartice iz vrećice na kojima se nalazi zadatak koji treba riješiti. Ukoliko se rješenje nalazi na kartici učenik ga zaokružuje. Pobjednik je onaj igrač koji vodoravno ili okomito ili dijagonalno popuni četiri polja. Potrebno

je znati sva pravila za potenciranje i korjenovanje. No, uz to je bitno da učenik zna srediti izraz do kraja.

ZADACI:

1. Izračunaj: -16^2
2. Izračunaj: 8^2
3. Izračunaj: $\sqrt{\frac{9}{36}}$
4. Izračunaj: $-\sqrt{25}$
5. Izračunaj: $-3^2 + (-3)^2$
6. Izračunaj: $\sqrt{81} - 10^2$
7. Izračunaj: $\sqrt{100 - 36}$
8. Izračunaj: $72 - 8^2 : \sqrt{4}$
9. Izračunaj: 16^0
10. Izračunaj: $(\frac{4}{7})^3$
11. Izračunaj: $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$
12. Izračunaj: $6\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{2}$
13. Izračunaj: $\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{8}$
14. Izračunaj: $-\sqrt{5} + \sqrt{2} - 3\sqrt{5}$
15. Izračunaj: $(4^{-2})^3$
16. Izračunaj: $5^{-2} : 5^2$
17. Izračunaj: $9 \cdot 3^3$
18. Djelomično korjenuj: $\sqrt{63}$
19. Djelomično korjenuj: $5\sqrt{12} - 6\sqrt{27}$
20. Racionaliziraj: $\frac{5}{2\sqrt{5}}$

64	$18\sqrt{14}$	0	40
$5\sqrt{7}$	$\frac{64}{343}$	243	$3\sqrt{7}$
12	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2} - 4\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$
1	40	8	-5

Slika 12: Primjer jedne bingo kartice

2.3.4 Četvrti ciklus

Obuhvaća I. i II. razred srednjih strukovnih i umjetničkih škola, dok u gimnazijama obuhvaća sva četiri razreda.

Aktivnost 10: Sinjska alka i vektori

- Uzrast: 3. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će usvojiti pojam vektora, duljinu vektora, stečena znanja razumijeti i primjeniti za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života.
- Oblik rada: Individualni rad.
- Priprema: Nastavnik projicira slike alkara u trku na projektoru.
- Opis aktivnosti: Vektori stvaraju problem kod učenika jer ih učenici teško shvaćaju. Ova aktivnost može poslužiti kao motivacija za uvođenje pojma vektora. Projicirana je slika alkara u trku. Put koji alkar mora proći od starta do alke dug je 160m. Ako start označimo kao početnu točku tj. kao broj 1, a alkiju kao završnu točku tj. kao broj 2 dobili smo dužinu duljine 160m. No, kako znamo da se alkar mora kretati prema naprijed, njegovom kretanju dali smo smjer odnosno usmjerili smo njegovo kretanje. Na taj način smo dobili usmjerenu dužinu koju ćemo nazivati vektor (vidjeti Sliku 14.).



Slika 13: Alkar u trku

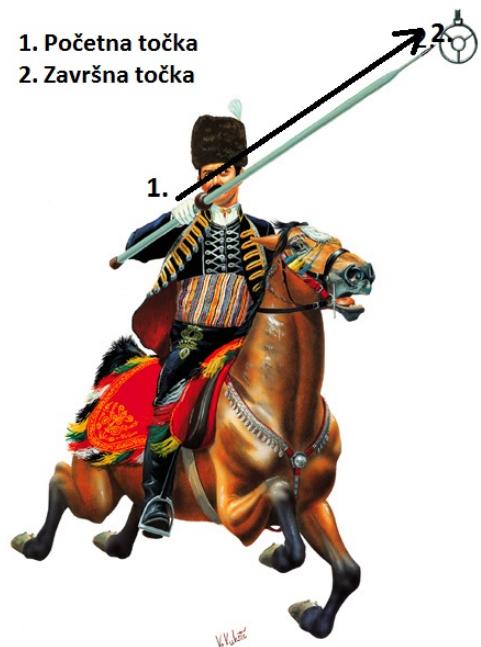


Slika 14: Alkar u trku - vektor

Isto možemo napraviti i s kopljem. Početna točka neka bude mjesto gdje alkar drži koplje, a završna točka neka bude vrh koplja. Koplje je usmjereni prema alci pa smo na taj način dobili još jednu usmjerenu dužinu tj. vektor (vidjeti Sliku 16.).



Slika 15: Alkar s kopljem



Slika 16: Alkar s kopljem - vektor

Aktivnost 11: Sinjska alka i trigonometrija

- Uzrast: 3. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će ponoviti trigonometrijske funkcije, izračunavati površinu trokuta koristeći trigonometrijske funkcije, primjenjivati trigonometriju pravokutnog trokuta na situacije iz svakodnevnog života.
- Oblik rada: Rad u paru, grupni rad.
- Priprema: Nastavnik svakom paru ili grupi podijeli tekst sa zanimljivim podacima o Sinjskoj alci, te papir za zadatkom.
- Opis aktivnosti: Učenicima su podijeljeni tekstovi sa podacima o Sinjskoj alci u kojima se nalazi mnoštvo informacija. Učenici trebaju pročitati tekst te na temelju dobivenih pitanja i slike izvući najbitnije informacije za rješavanje zadatka. Na temelju podataka iz teksta i slike učenici odgovaraju na 5 pitanja. Jedno od pitanja se odnosi na brzinu alkara te je na taj način ostvarena korelacija s fizikom.

Tekst je sljedeći:

Sinjska alka je hrvatska viteška igra koja se održava u Sinju svake godine u prvoj polovici kolovoza u spomen pobjede nad Turcima 1715. U ovom viteškom nadmetanju može sudjelovati najmanje 11, a najviše 17 alkara. Alkar, kršan momak iz Sinjskog kraja, u punom trku mora proći trkalištem dužine 160m u 13 sekundi te pokušati kopljem pogoditi središte malog željeznog kruga koji se zove alka. Visina alke je 332cm, mjerena od njezinog središta do zemlje, a za njezinu visinu brine se namještač alke. Alka je kolut od kovanog željeza i napravljena je od dva obruča: manjeg promjera 3,51cm i većeg promjera 13,1cm. Obruči su međusobno spojeni s tri kraka koji vanjsku kružnicu dijele na tri jednakna polja. Kopljje koje alkar drži u svojoj ruci izrađeno je od drveta, sive je boje i dugo 300cm. Da bi alkar bio uspješan potreban mu je brz i izdržljiv konj. Više pasmina i tipova konja pogodno je za trčanje alke, ali najzastupljeniji su arapski konji, engleski punokrvnjaci i lipicanci. Alkar da bi postao slavodobitnik mora osvojiti najviše punata (bodova) u tri trčanja. Ukoliko dva ili više alkara imaju isti broj punata idu u pripetavanje sve dok se ne dobije pobjednik. Osvojiti alkiju i postati slavodobitnik velika je čast za alkara.



Slika 17: Alkar u trku

Zadaci:

1. Koliki kut zatvara kopljje alkara i štap koji drži namještač alke ako je duljina obojenog (crvenog) dijela 167cm? Koliko iznosi preostali kut u trokutu?
2. Kolika je duljina sivog dijela ako taj dio predstavlja katetu pravokutnog trokuta?

3. Kolika je površina označenog trokuta?
4. Kolika je prosječna brzina koju postiže alkar ako se brzina računa formulom $v = \frac{s}{t}$?
5. Što mislite, koliko je visok konj kojeg jaše alkar na slici ako se zna da se visina konja mjeri od poda do najvišeg dijela leđa iz vrata odnosno grebena?

Aktivnost 12: Parabola

- Uzrast: 3. razred
- Obrazovna postignuća: Učenici će usvojiti osnovne pojmove vezane uz parabolu, prepoznati na temelju slike jednadžbu parabole.
- Oblik rada: Individualni rad.
- Priprema: Nastavnik svakom učeniku podijeli listić na kojem se nalaze četiri slike.
- Opis aktivnosti: Ova aktivnost može poslužiti kao kratko ponavljanje osnovnih pojmoveva vezanih uz parabolu odnosno ponavljanje jednadžbe parabole, jednadžbe ravnalice te koordinate fokusa. Na listiću koji su učenici dobili nalaze se četiri slike parabole koje možemo vidjeti u svijetu odnosno četiri moguća položaja parabole. Zadatak učenika je prepoznati prema otvoru parabole jednadžbu parabole te navesti ostale pojmove.



Slika 18: Primjeri parabole

Zaključak

Živimo u dobu gdje se tehnologija brzo razvija, te je teško držati korak s time. Djeca su više okrenuta internetu nego prije nekoliko godina i tradicionalna nastava nije način kako ih zadržati uz knjigu i učenje. Ono što najmanje želimo je „kočiti“ učenika u njegovom razvoju. Kao što je navedeno igra potiče interakcije među učenicima, socijalni razvoj, ali i intelektualni razvoj. Treba pripaziti da igre koje izrađujete imaju dovoljno elemenata „sreće“ kako bi i slabiji učenici imali osjećaj da mogu pobjediti. Ukoliko izrađujete igre za grupni rad broj igrača neka bude između dva i četiri kako bi se osigurao veći protok igre, tj. kako bi svi učenici bili u mogućnosti igrati više puta. No, svakako se preporuča davanje mogućnosti učenicima da sami naprave varijacije na zadatu igru, osmisle novu igru, ali da sami daju svoje viđenje igre. Poticati ih da različitim metodama rješavaju zadatke, postavljaju svoje hipoteze te ih testiraju, pokušaju generalizirati zadani problem.

Česta greška koja se javlja je zatrpanjanje učenika hrpom pojmove bez jasnog objašnjenja. Nije dovoljno samo nabrojati pojmove već ih približiti učenicima na što jednostavniji, ali uspješan način. Učenicima je potrebno zorno i vizualno predočiti zadani pojam kako bi bolje shvatili o čemu se radi. Na taj način mogu bolje povezivati gradivo sa stvarnim problemima koji ih zanimaju. Između ostalog potreban im je (matematički) rječnik da mogu o tim problemima govoriti i raščlanjivati ih u određene skupine. Učenicima su potrebne slike, skice, dijagrami i modeli (geometrijskih likova i tijela) kako bi im temeljne odrednice nekog problema postale jasne. Kada to usvoje, lako im je kasnije zadavati teže zadatke. Važno je da od nižih razreda osnovne škole učitelji i nastavnici primjenjuju prave metode rada jer je poznato da se djeca ne razvijaju jednakom brzinom, pri tome najviše mislim mentalno.

No, također ne treba bježati od tehnologije. Danas postoje različite online igre koje također mogu biti od pomoći. Mogu pospješiti brzinu rješavanja zadataka s velikom točnošću, pomoći boljem uočavanju pravilnosti koje se mogu pojaviti u nekim zadacima, a na kraju zainteresirati ih za učenje matematike. Pazite, u svemu treba imati mjeru, pa tako i u „doziranju“ igara. Sve što je previše nije dobro.

Na kraju spomenimo staru kinesku poslovicu: „*Čujem pa zaboravim, vidim pa zapamtim, učinim pa shvatim.*“ Dakle, iskustvo je najvažnije za razumijevanje, slike su dobra pomoć pamćenju, a jezik nam koristi da naučeno iskažemo.

Literatura

- [1] B. FESTUS AZUKA, C. ADEYEYE AWOGBEMI, *The development and use of mathematical games in school*, Mathematical Theory and Modeling, Vol. 2, No. 8(2012), 10-14
- [2] M. GALIĆ, M. RUKAVINA, A. NIKČEVIĆ-MILKOVIĆ, *Korištenje i učinkovitost igre u razrednoj nastavi*, Život i škola 25(2011), 108-121
- [3] E. GYÖNGYÖSI WIERSUM, *Teaching and learning mathematics through games and activities*, Acta Electrotechnica et Informatica, 2012.
- [4] L. JENSEN SHEFFIELD, *Kada je problem riješen, kreativnost je tek započela*, Poučak 42(2010), 51-55
- [5] L. KRALJ, Z. ĆURKOVIĆ, D. GLASNOVIĆ GRACIN, S. BANIĆ, M. STEPIĆ, *Petica+ 6, udžbenik i zbirka zadataka za 6. razred osnovne škole*, Drugi svezak, SysPrint, Zagreb, 2010.
- [6] T. LEVAR, K. LUKAČIĆ *Matematika kroz igru - radionica*, Poučak 60(2014), 26-40
- [7] P. LIEBECK, *Kako djeca uče matematiku: metodički priručnik za učitelje razredne nastave, nastavnike i profesore matematike*, Educa, Zagreb, 1995.
- [8] H. MEISSNER, *Kreativnost i matematičko mišljenje*, Poučak 42(2010), 43-50
- [9] *Nastavni plan i program za osnovnu školu*, MZOS
- [10] *Nacionalni okvirni kurikulum*, MZOS
- [11] <http://www.alka.hr>
- [12] http://www.matematika.ba/documents/matematicki_prirucnik.pdf

Sažetak

Matematika je jedna od najvažnijih predmeta u osnovnoškolskom ali i u srednjoškolskom obrazovanju i treba je svrhovito učiti. To nije apstraktan predmet kako ga mnogi doživljavaju. Cilj ovog rada je dati smjernice za učinkovitije učenje matematike kroz razne aktivnosti. Važno je učenike naučiti kreativno i matematički razmišljati kako bi što bolje razumijeli zadatke primjene, ali kako bi im takav način razmišljanja pomogao u dalnjem životu. Učenike treba motivirati, učiti samopuzdanju, ali ih poticati da žele i rade još više. Kroz razne igre i aktivnosti to je moguće postići. Na nastavniku je da bude što kreativniji te usmjeri učenike na ispravniji put učenja matematike.

Summary

Mathematics is one of the most important school subjects in primary and secondary education, and therefore it should be learned purposefully. It is not an abstract subject, as many would regard it. The purpose of this paper is to provide guidelines for more successful learning of mathematics through different activities. It is important to teach the learners creative and mathematical thinking in order to improve their comprehension of tasks of application, but also how this way of thinking might help them in their life. The learners should be motivated, taught to have self-esteem, but also encouraged to want more and to work more. This goal is likely to be achieved through different activities. It is up to the teacher to be more creative and to direct the learners toward the more accurate way of learning mathematics.

Životopis

Rođena sam 27. prosinca 1989. godine u Osijeku. Živim u Ladimirevcima gdje sam pohađala Osnovnu školu „Ladimirevci“. Nakon završetka osnovne škole 2004. godine upisujem se u II. gimnaziju u Osijeku. Srednju školu završavam 2008. godine. Iste te godine upisujem se na Preddiplomski studij Odjela za matematiku u Osijeku, a 2012. godine se prebacujem na Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike.