**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**ODJEL ZA FIZIKU**

**MARKO VUJIĆ**

# MARIN GETALDIĆ – ŽIVOT I DJELO

**Diplomski rad**

**Osijek, 2015.**

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**ODJEL ZA FIZIKU**



**MARKO VUJIĆ**


# MARIN GETALDIĆ – ŽIVOT I DJELO

**Diplomski rad**

Predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku radi stjecanja zvanja magistra edukacije fizike i informatike

**Osijek, 2015.**

**„Ovaj diplomski rad je izrađen u Osijeku pod vodstvom izv. prof. dr. sc. Vanje Radolića u sklopu Sveučilišnog diplomskog studija fizike i informatike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku."**

# SADRŽAJ

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku Diplomski rad

Odjel za fiziku

# MARIN GETALDIĆ – ŽIVOT I DJELO

**MARKO VUJIĆ**

## Sažetak

U ovom diplomskom radu opisani su život i djelo Marina Getaldića, najpoznatijeg hrvatskog matematičara u ranom novom vijeku. U radu je prikazan njegov život i tri najvažnija djela: „Unaprijeđeni Arhimed“, „Neki stavci o paraboli“ i „O matematičkoj analizi i sintezi“. Kroz ta djela opisan je doprinos Marina Getaldića fizici i matematici, metode koje je uveo, utjecaj drugih znanstvenika na njegov rad, kao i njegovo putovanje Europom. Također, u radu su prikazani i neki konkretni problemi iz matematike i fizike kojima se bavio poput određivanja specifične težine različitih tvari, konstruiranja parabole i rješenja određenog problema iz matematike.

(33 stranice, 14 slika, 5 tablica, 22 literaturna navoda)

**Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku**

**Ključne riječi:** Marin Getaldić/ matematika/ fizika/ parabola/ težina

**Mentor:**izv. prof. dr. sc. Vanja Radolić

**Ocjenjivači:** izv. prof. dr. sc. Vanja Radolić

**Rad prihvaćen:** 13. travnja 2015.

J. J. Strossmayer University in Osijek
Department of Physics

Bachelor of Science Thesis

# MARIN GETALDIĆ – LIFE AND WORK

**MARKO VUJIĆ**

**Abstract**

This thesis describes life and work of Marin Getaldić, the most famous Croatian mathematician of the early modern age. Thesis describes his life as well as his three most important books: „Improved Arhimed“, „Some paragraphs about parabola “ and „About mathematical analysis and synthesis “. These works show Marin Getaldić's contributions to physics and mathematics, methods he proposed, impacts of other scientist on him as well as his journey through Europe. Also, some concrete problems in physics and mathematics are presented in greater detail such as the specific weigh of bodies, parabola construction and some solutions of other mathematical problems.

(33 pages, 14 pictures, 5 tables, 22 references)

**Thesis deposited in Department of Physics library**

**Keywords:** Marin Getaldić/ mathematics/ physics/ parabola/ weight

**Supervisor:** Vanja Radolić, Ph.D., Associate Professor

**Reviewer:** doc. dr. sc. Denis Stanić, predsjednik

izv. prof. dr. sc. Vanja Radolić, mentor

dr. sc. Marina Poje, član

**Thesis accepted:** April 13th 2015

# 1. Uvod

U ovome će se radu predstaviti znanstvenika koji je otvorio hrvatsku stranicu povijesti matematike, a također je ostvario i postignuća u fizici. Riječ je o Marinu Getaldiću, siromašnom plemiću iz Dubrovnika. Neki su ga nazivali ludim čarobnjakom koji je spaljivao brodove u dubrovačkoj luci (samo njihove makete!).

Na početku je opisan njegov život, školovanje, putovanje po Europi, a potom njegov doprinos matematici i fizici i to na način da su obrađena tri njegova djela: *Unaprijeđeni Arhimed*, *Neki stavci o paraboli* i *O matematičkoj analizi i sintezi*.

Prvo je obrađeno djelo *Unaprijeđeni Arhimed* iz područja fizike u kojem se Getaldić bavio određivanjem specifičnih težina za 12 tijela – 7 krutih i 5 tekućina, pri čemu je dobio izvrsne rezultate, tj. vrlo se malo razlikuju od današnjih. Pri tome je spomenut i razlog tako dobrih rezultata, a to je Getaldićeva pažnja da što manje pogriješi pri svojim mjerenjima, što je vidljivo, osim iz pažljivih očitavanja, i iz materijala koje je koristio pri eksperimentiranju.

Sljedeće obrađeno djelo je *Neki stavci o paraboli* koje ima fizikalnu temu, a to je konstruiranje paraboličnih zrcala. Obrađuje se na matematički način: kako iz stožaca dobiti parabole koje mogu poslužiti za konstrukciju zrcala.

Treće djelo je *O matematičkoj analizi i sintezi* i ono pripada području matematike. U tome djelu se vidi primjena analize i sinteze na različite probleme iz matematike te snažan utjecaj Viétea na način pisanja i oznakama koje je koristio.

## 2. Život i školovanje

Prvi hrvatski matematičar europskog formata rođen je 2. listopada 1568. godine. Njegovi roditelji, Maro Marinov Jakova Getaldić i Anica Andrije Restić, uz Marina imali su još petoro djece: sinove Andriju, Šimuna, Martolicu i Jakova, te kćerku Niku koja punoljetna stupila u samostan. Marinova sestra Nika otišla je u časne sestre s 18 godina što mnogi povjesničari tumače kao znak slabijeg imovinskog stanja obitelji Getaldić, iako su bili vrlo ugledni plemići[1].

**Slika 1.** Marin Getaldić(Izvor: Wikipedija, http://hr.wikipedia.org/wiki/Marin_Getaldi%C4%87, (pristupljeno 4.1.2015.)).

Osnovno obrazovanje je stekao kod franjevaca. U Getaldićevo vrijeme gimnazija, koju je pohađao, bila je vrlo cijenjena u Dubrovniku. U gimnaziji su tada radili najveći stručnjaci iz područja jezika, glazbe itd. U gimnaziji je Getaldić odlično ovladao latinskim jezikom kojim se služio kao drugim materinjim jezikom. Andreas Gallus i Nicola di Mattea su bili Marinovi profesori matematike, upoznali su ga sa znanosti s kojom se još jako dugo i uspješno bavio[2].

Gimnaziju završava 1588. godine kada je kao punoljetni vlastelin postao član Velikog vijeća. Kretao se u učenim krugovima Dubrovnika, kojima su, između ostalih, pripadali književnik i astronom Nikola Nalješković, filozof i pedagog Nikola Gučetić, pjesnici Viktor Beselji i Didak Pir. Getaldić se u Dubrovniku, dok je obavljao posao činovnika, samostalno

[1]Marin Getaldić, http://www.moljac.hr/biografije/getaldic.htm, (pristupljeno 4.1.2015.)
[2]Marin Getaldić - život i djelo oca hrvatske matematike, http://mis.element.hr/fajli/251/27-08.pdf, (pristupljeno 4.1.2015.)

bavio matematikom proučavajući dostupne materijale i raspravljao s kolegama o matematičkim i astronomskim problemima. S obzirom da Dubrovnik nije bio dovoljno jaka sredina na području matematike, fizike i astronomije, prihvaća posao vezan uz ostavštinu bogatog dubrovačkog plemića u Londonu i s prijateljem Marinom Gučetićem, 1597. godine odlazi na put u zapadnu Europu. Na tome će se putovanju sresti s mnogim istaknutim znanstvenicima što će mu ujedno i omogućiti da postane jedan od najznamenitijih europskih matematičara 17. stoljeća.

Dolaskom u Rim upoznaje istaknute rimske matematičare Christophorusa Claviusa i Christophorusa Grienbergera i postaje njihov suradnik. Tamo je izdao i svoje prvo djelo o kojem nalazim različite informacije. Na jednom mjestu prvo neimenovano djelo nije imalo veze s matematikom nego je riječ o određivanju specifičnih težina sedam kovina i pet tekućina i prvo je djelo takve vrste[3]. Na drugom mjestu se govori da je njegovo prvo djelo *Nonnullae propostiones de parabola*(*Neki stavci o paraboli*) i u njemu je zapisao rezultate svojih istraživanja i konstruiranja paraboličnih zrcala što je bilo samo uvod za čista matematička istraživanja[4]. Getaldić je prvi put u povijesti formulirao tvrdnje da su sve parabole dobivene presjecima ravnine s bilo kojim stošcem kongruentne što ovom djelu daje izuzetnu važnost.

U Engleskoj je boravio oko 1598. godine, ali o njegovom boravku i radu se ne zna mnogo. Iz Engleske je sljedeće godine otputovao u Belgiju, a potom je došao u Pariz (1600.) gdje je upoznao Françoisa Viétea, najvećeg matematičara svoga doba. Viéte je po struci bio logičar, a ne matematičar, pa mu je logika omogućila da postigne izvrsne rezultate u području matematike. Upoznavši Getaldića, Viéte je bio oduševljen njegovim talentom za matematiku pa mu je dao da obradi neka svoja neobjavljena djela prije tiska i na taj način je iskazao veliko poštovanje prema njegovom talentu. Iz Francuske, Getaldić ponovno putuje u Italiju, u Padovu. Padova je tada bila omiljeni centar inteligencije i ondje se Getaldić zadržava oko dvije godine. Tu upoznaje Galilea Galileija, slavnog talijanskog matematičara, fizičara i astronoma čija je predavanja slušao. Pri tome je upoznao i ljude s kojima se družio Galilei. Na

[3]Portal za škole - Razredna nastava - Marin Getaldić, naš najveći matematičar, http://www.skole.hr/ucenici/os_nizi?news_id=634, (pristupljeno 4.1.2015.)
[4]Marin Getaldić - život i djelo oca hrvatske matematike, http://mis.element.hr/fajli/251/27-08.pdf, (pristupljeno 4.1.2015.)

taj način i dolazi do njihovog poznanstva, o čemu svjedoče dva Getaldićeva pisma upućena talijanskom fizičaru[5].

Iako je mogao otputovati gdje god je htio, Getaldić se ipak vratio u rodni Dubrovnik. U Dubrovniku se nalazilo nekoliko radionica za izradu matematičkih i astronomskih instrumenata čime je pružao povoljne uvjete za radna područja optike, kojom se Getaldić nastavio intenzivno baviti nakon povratka iz Italije. Getaldić je u Dubrovniku nastavio s radom, ali je ispunjavao i patricijske obaveze prema gradu: putovao je u Carigrad i tamo sređivao neprilike oko plaćanja harača[6].

Marin Getaldić je umro na vrhuncu svojeg stvaralaštva pa je dio njegovih djela objavljen posthumno. Njegove kćeri su četiri godine nakon smrti (1630. godine) izdale najslavnije djelo svog oca, *O matematičkoj analizi i sintezi*. U tom djelu je primjenjivao algebarsku metodu na rješavanju geometrijskih problema pa ga neki znanstvenici smatraju osnivačem analitičke geometrije, kojoj će sedam godina kasnije francuski filozof i fizičar Descartes položiti temelje. Umjesto s geometrijskim veličinama ili s brojevima, Marin Getaldić je radio sa slovima kao simbolima po uzoru na Viétea. Njegove zasluge, otkrivene tek kasnije, potvrdile su zapis njegovog znanca: "bio je anđeo po ćudi i životu, a demon u matematici". Njegovo imanje se nalazi u Pločama, a na ulaznim vratima i danas stoji natpis na kojem piše:

„Budite daleko, zavisti, svađe, taštine, brige!

Mir i spokoj krase pećine, pervoje, hridi.“[7]

[5]Stipanić E. Dva pisma Marina Getaldića Galileju, Nastava matematike i fizike, 5(1957), 3-4, str. 197-205
[6]Portal za škole - Razredna nastava - Marin Getaldić, naš najveći matematičar, http://www.skole.hr/ucenici/os_nizi?news_id=634, (pristupljeno 4.1.2015.)
[7]Wikipedija, http://hr.wikipedia.org/wiki/Marin_Getaldi%C4%87, (pristupljeno 4.1.2015.)

# 3. Djelo Unaprijeđeni Arhimed

## 3.1. O djelu

Ovo djelo koje u svojem izvorniku ima naziv *Promotus Archimedes seu de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis* ili prevedeno na hrvatski jezik *Unaprijeđeni Arhimed ili o uspoređivanju težine i obujma tijela različite vrste* jest jedino njegovo djelo iz područja fizike. Pojedini znanstvenici smatraju da i djelo *Neki stavci o paraboli* ili *Nonnullae propositiones de parabola*, pripada području fizike premda je glavni rezultat tog djela matematički doprinos. O ovome djelu donosimo više u sljedećem poglavlju[8].

Na pisanje i objavljivanje *Unaprijeđenog Arhimeda* velik je utjecaj imao Michel Coignet, francuski matematičar kojeg je Getaldić upoznao tijekom svog putovanja Belgijom. Znatan utjecaj na pisanje ovog djela imao je i sam Galileo Galilei kao i engleski znanstvenik Thomas Harriot , matematičar i astronom (uveo je oznake > i < za relacije veće i manje te neovisno o Galileu otkrio Jupiterove satelite), kojeg je upoznao tijekom boravka u Engleskoj[9].

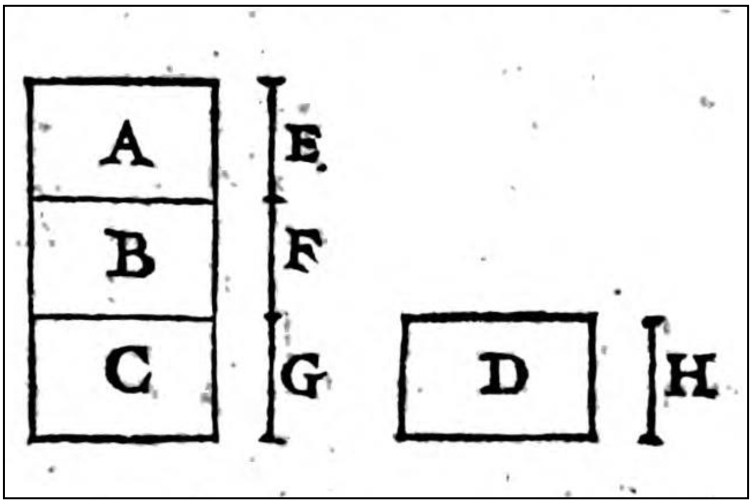
Osim fizikalnih rezultata, vrlo je važno uočiti da je Getaldić svoje zaključke temeljio na vrijednostima dobivenim eksperimentima koje je matematički obradio i predstavio. Taj stil pisanja je glavno obilježje novovjekovnih prirodnih znanosti. Getaldić je ovim djelom prikazao kako se mogu različite matematičke metode primijeniti i u drugim područjima znanosti[10]. Matematička metoda koju je Getaldić najviše koristio u ovome djelu je geometrijska metoda. Iako se metoda najviše povezuje s euklidskom matematikom, Getaldićev glavni uzor za geometrijsku metodu bio je sam Arhimed koji se isto tako služio matematikom u opisivanju fizikalnih problema. Kao primjer geometrijske matematike možemo uzeti bilo koji poučak, npr. poučak 1., stavak 1.:

„Ako je jedno od dva istovrsna tijela višekratnik drugoga, težina će većega biti veća od težine manjega onoliko puta koliko puta je to tijelo veće od manjega.

Dokaz: Zadana su dva tijela iste vrste ABC i D, od kojih je tijelo ABC ima težinu EFG, a tijelo D težinu H. Tijelo ABC višekratnik je tijela D. Tvrdim: koliko puta je tijelo

[8]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290
[9]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 163
[10]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290

ABC veće od tijela D, toliko puta će težina EFG biti veća od težine H. Ako tijelo ABC razdijelimo na dijelove A, B, C od kojih je svaki jednak tijelu D, tada, budući da je tijelo A obujmom jednako tijelu D i budući su iste vrste, bit će težina jednoga jednaka težini drugoga. Ako je težina E jednaka težini H, tada će tijelo A imati težinu E, a tijelo BC težinu FG. Budući da su pak tijela B i D jednakih obujmova, bit će i iste težine. Ako je težini H jednaka težina F, tada će tijelo B imati težinu F, a tijelo C težinu G, i tako će to ići sve dok ne stignemo do zadnjega dijela tijela ABC koji je jednak samom tijelu D. Taj zadnji dio je C, a budući da je obujam tijela C jednak obujmu tijela D, bit će im jednake i težine. Stoga će težina G biti jednaka težini H. Slijedi dakle da koliko tijelo ABC ima dijelova jednakih tijelu D, toliko će težina EFG imati dijelova jednakih težini H. Koliko smo puta odbili tijelu ABC tijelo koje je jednako tijelu D, toliko smo puta težini EFG odbili težinu jednaku težini H. Ako je dakle jedno od dva istovrsna tijela višekratnik drugoga, težina će većega biti veća od težine manjega onoliko puta koliko je to tijelo veće od manjega. A to je trebalo dokazati“[11].




**Slika 2.** Slika iz djela Unaprijeđeni Arhimed vezana za poučak 1., stavak 1.

Također, Getaldić je svaki svoj poučak kojeg je napisao u knjizi također i dokazao, a sve je to radio po uzoru na antička matematička djela, poput Euklidovih *Elemenata*. Njegovu potrebu za dokazivanjem poučaka možemo jako dobro vidjeti u sljedećem dijelu iz same knjige:

„Ono što smo dokazali u dvama prethodnim poučcima, neki pretpostavljaju kao nešto po sebi poznato, i kao da je to neki sasvim opći aksiom koji su tobože sasvim dobro i mudro sami uvidjeli. Međutim Euklid bi isto tako mogao pretpostaviti da je 20. stavak njegovih

[11]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290

*Elemenata* nešto sasvim poznato. Svakome je naime poznatije da je zbroj dviju stranica trokuta veći od treće (to zna svaki magarac), negoli da teška tijela iste vrste imaju isti omjer težina kao i obujmova, pa ipak Euklid taj stavak dokazuje, a ne pretpostavlja ga. Stoga i ovaj stavak, koji i nije tako jasan, trebalo je dokazati, a ne pretpostavljati“[12].

Getaldić je ovo djelo objavio potkraj svojeg putovanja po Europi, u Rimu 1603. godine. No to je djelo započeo pisati puno ranije, već u Dubrovniku, što znači da je vjerojatno već prije putovanja napravio sva eksperimentalna mjerenja. Getaldić je time pokazao interes za znanost iako Dubrovnik tada nije bio nikakvo znanstveno središte čemu svjedoče i pisma upućena Grienbergu u Rimu i Galileu u Padovi. Djelo Promothus Arhimedes je samo usavršio tijekom svoji putovanja, pa je osim Coigneta i Galilea, na objavljivanje ovog djela utjecao i ugledni isusovac Christoph Clavius, njemački matematičar i astronom koji je modificirao prijedlog modernog gregorijanskog kalendara[13].

Samo djelo je podijeljeno na tri djela. Prvi dio je teorijski. Sastoji se od deset poučaka od kojih se prvih sedam odnosi na uspoređivanje obujmova i težina i nalaze se na samome početku djela. Uz svaki poučak se nalazi i problem opisan tekstom i slikom. Tada slijedi praktični dio s osam problema s primjerima. Na kraju slijedi tablični dio koji se sastoji od nekoliko tablica u kojima su smješteni podaci iz teorijskog i praktičnog djela.

[12]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290
[13]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290

## 3.2. Sadržaj djela

Radnja samog djela govori o odnosu između težina i obujmova raznovrsnih tijela. Pri tome određivanju odnosa, Getaldić je uspoređivao različita tijela, umjesto da je tijela uspoređivao sa samo jednim tijelom ili tekućinom čime bi dobio puno preglednije rezultate. Razlog zbog čega se bavio ovim usporedbama težina i volumena jest što taj odnos do tad nigdje nije bio detaljnije obrađen, što je i naglasio u samome djelu[14].

U djelu *Promothus Arhimedes* su određeni odnosi između težina i volumena za dvanaest tijela, 7 krutih i 5 tekućina. U donjoj tablici su naveden sva tijela i tekućine.

**Tablica 1.** Popis tijela i tekućina koje Getaldić uspoređuje u djelu *Unaprijeđeni Arhimed*

| Kruta tijela | Tekućine |
|---|---|
| Zlato | |
| Olovo | Živa |
| Srebro | Med |
| Bakar | Voda |
| Željezo | Vino |
| Kositar | Ulje |
| Vosak | |

Zanimljivo je da se u samome djelu ne koristi izraz koji se spominje već u pseudo-Arhimedovom djelu O *tijelima uronjenim u tekućinu (De insidentibus in humidum)* ili *O težinama (De ponderibus)*, a to je specifična težina. Ona se tada nije upotrebljavala kao apsolutna veličina, tj. veličina s kojom bi se izmjerena veličina mogla uspoređivati, nego kao relativna i to iz razloga, kojeg smo već ranije spomenuli, a to je da nije „istaknut odnos težina različitih tijela prema jednom, uvijek istom tijelu.“[15]

Danas specifičnu težinu tijela(γ) računamo kao umnožak gustoće tijela(ρ)i ubrzanja sile teže(g).

$$\gamma = \rho * g$$

[14] Dadić, Ž. Povijest egzaktnih znanosti, Liber, Zagreb, 1982., str. 154
[15] Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 163

Usporedba Getaldićevih rezultata s današnjim podacima za specifične težine nam pokazuje da je Getaldić odredio specifične težine s vrlo malim odstupanjem, tj. jako se malo razlikuju od današnjih. Također, njegovi su rezultati puno bolji nego rezultati koje su dobili njegovi suvremenici i prethodnici. Npr., Nicolo Tartaglia, njemački matematičar koji je prvi prevodio Arhimedova i Euklidova djela, dobio je puno lošije rezultate nego Getaldić[16].

Sada se moramo pitati kako je Getaldić uspio dobiti tako točne rezultate. Odgovor je jako jednostavan: Getaldić je pri svojim mjerenjima pazio da što manje pogriješi, ne samo pri očitavanju mjerenja, nego i pri korištenju materijala koje koristi pri eksperimentiranju. Kao najbolji primjer njegove pažnje u svim aspektima mjerenja, jest korištenje konjske dlake za nit kojom je vezao tijelo koje se važe u vodi. „Konjska dlaka ima gotovo istu težinu kao i voda istog obujma, pa zato uzrokuje najmanju grešku pri mjerenju.“[17] Također, ako jedna konjska dlaka nije mogla držati neko tijelo onda bi to tijelo ovjesio o više dlaka, ali bi pritom na stranu vage gdje su utezi dodao isto toliko dlaka iste veličine, tako da obje zdjelice vage budu jednako teške. Sljedeći odlomak iz knjige pokazuje koliko je Getaldić pazio na sve aspekte svojih eksperimenata.

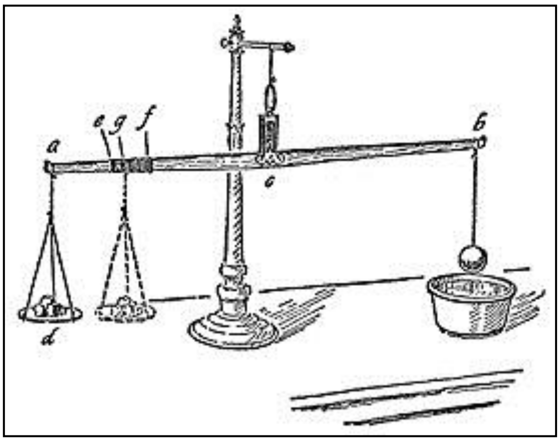
„Tijelo koje treba vagati objesi se na jednu zdjelicu vage pomoću konjske dlake. Na drugu se zdjelicu metnu utezi, a obješeno tijelo spusti se u vodu tako da u vodi slobodno visi, i to tako da voda ne dodirne niti zdjelicu na kojoj visi tijelo, niti onu drugu na kojoj su utezi. I tako se važe to tijelo kao da lebdi u zraku. Rekoh da tijelo koje se važe treba objesiti na konjsku dlaku, jer je gotovo teška kao i voda, pa stoga neće ništa nadodati niti odbiti težini tijela koje se važe. Ako je tijelo koje važemo tako teško da ga jedna dlaka ne može držati, neka se onda objesi na više dlaka vezanih zajedno, a da tako vezane dlake ne bi tijelu koje se važe nadodale nešto težine, neka se na drugu zdjelicu metne isto toliko dlaka jednakih onima koje vise iz zdjelice na kojoj je obješeno tijelo do obješenog tijela. Tim dodatkom dlaka bit će obje zdjelice jednako teške i premda su one dlake na kojima visi tijelo duže od onih na drugoj zdjelici, i to za dužinu onih dijelova s kojima je tijelo vezano, ipak budući da su oni dijelovi jednako teški kao voda, nalazeći se u vodi zajedno s tijelom neće imati nikakvu težinu. I stoga one dlake koje su inače veće od rečenih dijelova, makar su duže, neće biti teže od ostalih, jer

[16]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 164
[17]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 164

su oni dijelovi, kako smo naime već rekli, zajedno s tijelom u vodi. Stoga tako treba vagati kruta tijela u vodi, a to je bilo vrijedno utvrditi“[18].

Taj dio se nalazi u posebnome dijelu teksta koji je nazvan *Kako se važu kruta tijela u vodi*. To je zapravo jedna dopuna praktičnome dijelu u kojoj se opisuje vaganje tijela pomoću hidrostatske vage.

Getaldić je pri svojim mjerenjima koristio posebnu hidrostatsku vagu koja se jako razlikovala od vaga koje su koristili Tartaglia ili arapski znanstvenici koji su se bavili istim problemima i pri tom dobili lošije rezultate. Vaga se sastojala od dva jednaka kraka sa zdjelicama na rubovima. S obzirom da se do tada nigdje nije koristila takva vaga znanstvenici smatraju da ju je Getaldić sam konstruirao, iako je takvu sličnu vagu (tzv. bilancette) opisao Galileo, u jednom od svojih radova koji nije objavljen za života Marina Getaldića, no zbog njihovog poznanstva moguće je da ju vidio kod Galilea. Iz toga zaključujemo da je vaganja napravio tijekom putovanja, a ne ranije u Dubrovniku[19].



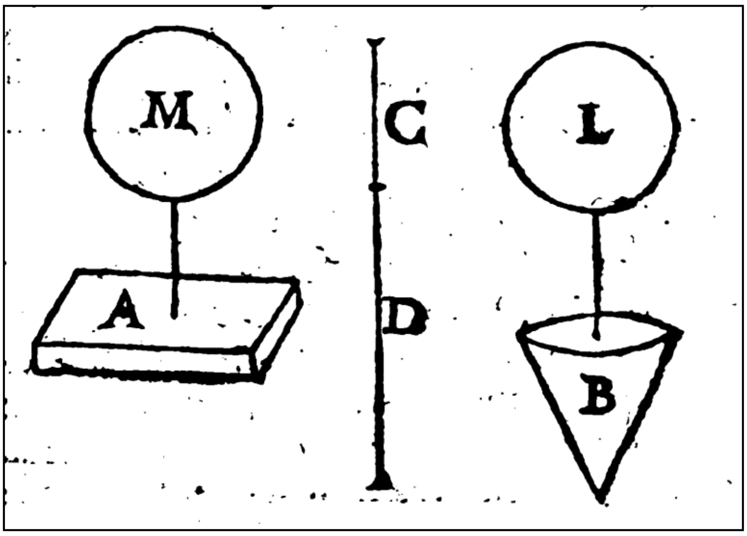

**Slika 3.** Galilejeva vaga – bilancette(Izvor: The Golden Crown, http://www.math.nyu.edu/~crorres/Archimedes/Crown/bilancetta.html, (pristupljeno 4.1.2015.)).

Između praktičnog i tabelarnog dijela nalaze se poučci osam i devet. U poučku VIII. Getaldić kaže sljedeće: Sva jednako teška tijela iste tvari, ma kojega oblika, jednako teže u vodi. Ta tvrdnja je u suprotnosti sa stavovima peripatetika, učenika i članova filozofske škole u staroj Grčkoj čiji se učenje temeljilo na djelima grčkog filozofa Aristotela. Jedan od recenzenata Getaldićevog djela je bio peripatetičar i u skladu sa svojim stavovima nije se složio s Getaldićevom tvrdnjom. Getaldićeva tvrdnja je potkrijepljena primjerom ploče i

[18]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290
[19]Dadić, Ž. Povijest egzaktnih znanosti, Liber, Zagreb, 1982., str. 154

stošca u vodi. Peripatetičar je objašnjavao da tijela različitih oblika imaju različitu težinu argumentirajući to na sljedeći način: Stožac će u vodi imati težinu veću od ploče zato što voda zaustavlja ploču više od stošca. A to je jasno jer ako jedno i drugo tijelo istodobno spustimo u vodu, stožac će tonuti brže od ploče[20]. Getaldić je te kritike naveo u svome djelu, i objašnjava ih na sljedeći način:

„Mada se taj argument na mah čini uvjerljivim, ipak se ovdje krivo zaključuje. Istina je da voda više zadržava ploču nego stožac; zadržava je da ne tone većom brzinom, ali joj zato ne uzima ništa od težine i ne može se iz bržeg gibanja jednostavno zaključiti da ima veću težinu, jer bi to moralo vrijediti i za gibanja u zraku, a to je krivo. Međutim, da ne bi sumnja pod krinkom istine zavela nekoga, idućim poučkom pokušat ću je sasvim ukloniti“[21].




**Slika 4.** Slika iz djela Unaprijeđeni Arhimed vezana za objašnjenje propadanja stošca i ploče u vodu

Poučak VIII. koji je već definiran dokazan je na još jedan način. U drugome načinu Getaldić spominje izraz sila, kojeg je već ranije spominjao u dokazu prvog poučka. Iz toga vidimo da je Getaldiću poznat pojam uzgona i težine kao sile. Konkretno, iz teksta se može zaključiti „da u slučaju kada protivne sile nisu jednake kao rezultat dolazi do gibanja tijela, odnosno, u suprotnome slučaju, kada su protivne sile jednake, tijelo miruje“[22].

[20]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290
[21]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290
[22]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290

„Tijela iste vrste i težine, teža od vode, imaju u vodi jednaku težinu makar su različita oblika.

Dokaz (na drugi način): Uzmimo dva tijela iste vrste i težine A i B; teža od vode, a različita oblika. Treba pokazati da oba tijela imaju u vodi istu težinu. Neka tijelo A ili pak B ima težinu CD, a težina vode koja ima obujam jednak tijelu A ili B neka bude C. Uzmimo zatim tijelo L koje je lakše od vode, čija težina neka je jednaka C; težina vode koja ima obujam jednak tijelu L neka bude jednaka težini CD. I tako dodavši tijelu L tijelo B, tijelo nastalo spajanjem tih dvaju tijela bit će jednako teško kao voda. Težina naime jednog i drugog tijela B i L jednaka je težinama CD i C. Težina pak vode koja je obujmom jednaka jednom i drugom tijelu L i B jednaka je istim težinama CD i C. Prema tome tijela B i L spuštena u vodu neće se podizati niti spuštati, jer tijelo B, teže od vode, vuče tolikom silom prema dnu kolikom ga silom tijelo L vuče prema gore. Uzmimo zatim drugo kruto tijelo M istovrsno s tijelom L, te istog oblika i obujma. Prikopčajmo tijelu M tijelo A i spustimo ih jedno i drugo u vodu. Na isti način kao gore dokazat ćemo da su oba tijela A i M zajedno jednako teška kao voda, te da tijelo A tolikom silom vuče prema dolje, kolikom ga tijelo M vuče gore. Međutim, tijela M i L vuku prema gore jednake sile, jer su iste vrste, istog obujma i oblika. Dakle, jednakom silom zadržavaju se tijela A i B da ne potonu. Stoga je jasno da tijela A i B imaju u vodi jednaku težinu, a to je trebalo dokazati“[23].

[23]Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290

## 3.3. Usporedba rezultata

Napravljena je usporedba rezultata odnosa specifične težina koje je dobio Marin Getaldić i uspoređena je s rezultatima dobivenim iz danas poznatih podataka.

U tablici 2. imamo prikazane gustoće tijela i izračunate njihove specifične težine prema formuli

$$\gamma = \rho * g$$

**Tablica 2.** Popis tijela, njihovih gustoća i specifičnih težina

| | Gustoća (kg/m$^3$) | Specifična težina (N/m$^3$) |
|---|---|---|
| Ulje | 900 | 8829,00 |
| Vosak | 960 | 9417,60 |
| Vino | 985 | 9662,85 |
| Voda | 1000 | 9810,00 |
| Med | 1400 | 13734,00 |
| Kositar | 7300 | 71613,00 |
| Željezo | 7900 | 77499,00 |
| Bakar | 8900 | 87309,00 |
| Srebro | 10500 | 103005,00 |
| Olovo | 11300 | 110853,00 |
| Živa | 13600 | 133416,00 |
| Zlato | 19300 | 189333,00 |

U tablici 3. prikazana je usporedba specifičnih težina dvaju tijela koje je dobio Marin Getaldić. Usporedbu je radio tako da je specifičnu težinu tijela iz retka dijelio sa specifičnom težinom tijela iz stupca.

**Tablica 3.** Usporedba specifičnih težina koje je dobio Marin Getaldić.

| | **Zlato** | **Živa** | **Olovo** | **Srebro** | **Bakar** | **Željezo** | **Kositar** | **Med** | **Voda** | **Vino** | **Vosak** | **Ulje** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ulje** | 20,73 | 14,81 | 12,55 | 11,27 | 9,82 | 8,73 | 8,07 | 1,58 | 1,09 | 1,07 | 1,04 | 1 |
| **Vosak** | 19,90 | 14,22 | 12,05 | 10,83 | 9,43 | 8,38 | 7,85 | 1,52 | 1,05 | 1,03 | 1 | |
| **Vino** | 19,32 | 13,80 | 11,69 | 10,78 | 9,15 | 8,14 | 7,53 | 1,47 | 1,02 | 1 | | |
| **Voda** | 19,00 | 13,44 | 11,50 | 10,33 | 9,00 | 8,00 | 7,40 | 1,45 | 1 | | | |
| **Med** | 13,10 | 9,36 | 7,93 | 7,13 | 6,21 | 5,52 | 5,10 | 1 | | | | |
| **Kositar** | 2,57 | 1,85 | 1,55 | 1,37 | 1,22 | 1,08 | 1 | | | | | |
| **Željezo** | 2,38 | 1,70 | 1,44 | 1,29 | 1,13 | 1 | | | | | | |
| **Bakar** | 2,11 | 1,35 | 1,28 | 1,15 | 1 | | | | | | | |
| **Srebro** | 1,84 | 1,31 | 1,11 | 1 | | | | | | | | |
| **Olovo** | 1,65 | 1,18 | 1 | | | | | | | | | |
| **Živa** | 1,40 | 1 | | | | | | | | | | |
| **Zlato** | 1 | | | | | | | | | | | |

Tablica 4. prikazuje usporedbu specifičnih težina dobivenih iz današnjih podataka za gustoće.

**Tablica 4.** Usporedba specifičnih težina dobivenih iz današnjih podataka

| | Zlato | Živa | Olovo | Srebro | Bakar | Željezo | Kositar | Med | Voda | Vino | Vosak | Ulje |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ulje** | 21,44 | 15,11 | 12,56 | 11,67 | 9,89 | 8,78 | 8,11 | 1,56 | 1,11 | 1,09 | 1,07 | 1 |
| **Vosak** | 20,10 | 14,17 | 11,77 | 10,94 | 9,27 | 8,23 | 7,60 | 1,46 | 1,04 | 1,03 | 1 | |
| **Vino** | 19,59 | 13,81 | 11,47 | 10,66 | 9,04 | 8,02 | 7,41 | 1,42 | 1,02 | 1 | | |
| **Voda** | 19,30 | 13,60 | 11,30 | 10,50 | 8,90 | 7,90 | 7,30 | 1,40 | 1 | | | |
| **Med** | 13,79 | 9,71 | 8,07 | 7,50 | 6,36 | 5,64 | 5,21 | 1 | | | | |
| **Kositar** | 2,64 | 1,86 | 1,55 | 1,44 | 1,22 | 1,08 | 1 | | | | | |
| **Željezo** | 2,44 | 1,72 | 1,43 | 1,33 | 1,13 | 1 | | | | | | |
| **Bakar** | 2,17 | 1,53 | 1,27 | 1,18 | 1 | | | | | | | |
| **Srebro** | 1,84 | 1,30 | 1,08 | 1 | | | | | | | | |
| **Olovo** | 1,71 | 1,20 | 1 | | | | | | | | | |
| **Živa** | 1,42 | 1 | | | | | | | | | | |
| **Zlato** | 1 | | | | | | | | | | | |

U posljednjoj tablici (Tablica 5.) su uspoređene vrijednosti koje je dobio Getaldić s vrijednostima dobivenih iz današnjih podataka prema sljedećoj formuli

$$\left(1-\left(\frac{x}{y}\right)\right)*100$$

gdje je x vrijednost koju je dobio Marin Getaldić, a y vrijednost koja je dobivena iz današnjih podataka.

**Tablica 5.** Usporedba Getaldićevih i današnjih vrijednosti

| | Zlato | Živa | Olovo | Srebro | Bakar | Željezo | Kositar | Med | Voda | Vino | Vosak | Ulje |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ulje** | 3,33 | 1,99 | 0,04 | 3,40 | 0,70 | 0,54 | 0,51 | -1,57 | 1,90 | 2,23 | 2,50 | 0 |
| **Vosak** | 1,02 | -0,38 | -2,37 | 0,98 | -1,72 | -1,83 | -3,23 | -4,23 | -0,80 | -0,39 | 0 | |
| **Vino** | 1,40 | 0,05 | -1,90 | -1,13 | -1,27 | -1,49 | -1,60 | -3,42 | -0,47 | 0 | | |
| **Voda** | 1,55 | 1,18 | -1,77 | 1,62 | -1,12 | -1,27 | -1,37 | -3,57 | 0 | | | |
| **Med** | 4,97 | 3,65 | 1,75 | 4,93 | 2,31 | 2,18 | 2,19 | 0 | | | | |
| **Kositar** | 2,79 | 0,70 | -0,13 | 4,75 | -0,07 | 0,20 | 0 | | | | | |
| **Željezo** | 2,58 | 1,25 | -0,67 | 2,94 | -0,30 | 0 | | | | | | |
| **Bakar** | 2,70 | 11,65 | -0,81 | 2,52 | 0 | | | | | | | |
| **Srebro** | -0,10 | -1,14 | -3,14 | 0 | | | | | | | | |
| **Olovo** | 3,39 | 1,96 | 0 | | | | | | | | | |
| **Živa** | 1,35 | 0 | | | | | | | | | | |
| **Zlato** | 0 | | | | | | | | | | | |

Vidi se da su odstupanja između podataka vrlo malena; najmanje između olova i ulja, 0,04%, a najveće odstupanje između bakra i žive, 11,65%. Pojedini rezultati imaju negative vrijednosti što znači da je u tim slučajevima Getaldić dobio veći iznos od današnjih iznosa.

# 4. Neki stavci o paraboli

## 4.1. O djelu

Ovo djelo koje u svom izvorniku ima naziv *Nonnullae propositiones de parabola* nastalo je kao rezultat Getaldićevog velikog interesa za konstrukcijom paraboličnih zrcala kako je to jasno naglašeno u samom uvodu djela[24]. Iako je tema fizikalna, u osnovi to je matematički problem, pa se znanstveni rezultati i vežu za područje matematike[25]. Proučavanjem stožaca koji mogu poslužiti za konstrukciju paraboličnih zrcala, Getaldić zaključuje „da su sve parabole dobivene presjecima pravokutnih, oštrokutnih, tupokutnih pa i kosih stožaca međusobno kongruentne“[26]. Kongruentan znači sukladan, tj. „dva su geometrijska lika sukladna ako se potpuno podudaraju, "poklapaju" kada jedan stavimo na drugi“[27].

Djelo *Neki stavci o paraboli* je objavljeno u Rimu 1603. godine. Utjecaj na objavu tog djela ponovno je imao Christoph Clavius, što nam potvrđuje Getaldićevo pismo upućeno Claviusu, 20. svibnja 1608. godine. Iz tog pisma saznajemo da je Getaldić napravio dva parabolična zrcala: jedno u Rimu i drugo u Dubrovniku. U pismu navodi da njegovo zrcalo osim olova, može rastaliti i srebro i čelik. Temperatura taljenja olova iznosi 327,4°C, srebra 960°C, dok temperatura taljenja čelika varira, ovisno o vrsti čelika, između 1200°C i 1500°C, što znači da je Getaldić postigao temperaturu od barem 1200°C. Iz pisma saznajemo da je zrcalo izrađeno u Dubrovniku bilo puno veće od zrcala izrađenog u Rimu. S obzirom da svjetlosne zrake koje su usmjerene u jednu točku, čime se postiže vrlo visoka temperatura, nisu vidljive, a u to vrijeme su vladali stavovi peripatetika, neuki puk je smatrao takve pokuse zastrašujućima pa su Getaldića prozvali i čarobnjakom[28].

O samome djelu možemo saznati i iz *Geneza (Quaestiones celeberrimae in Genesim)* Marina Mersennea, francuskog filozofa i matematičara, u kojem se spominju Getaldićevi pokusi iz područja optike kao i parabolično zrcalo. Mersenne navodi da je čuo kako je Getaldić u Betinoj špilji izvodio pokuse kojima je spaljivao makete brodova. O samim pokusima ne možemo ništa više saznati iz Geneza, ali nam samo spominjanje Getaldića u

[24]Calinger, R. Vita Mathematica: Historical Research and Integration with Teaching, Cambridge University Press, 1996., str. 115
[25]Dadić, Ž. Povijest egzaktnih znanosti, Liber, Zagreb, 1982., str. 159
[26]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 168
[27]Razumijem matematičke pojmove, http://www.hazu.hr/~duda/etimuvod.html, (pristupljeno 4.1.2015.)
[28]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 158-159

djelu nekog stranog znanstvenika govori o popularnosti Getaldićevih pokusa i općenito njegovog rada. Važnija stvar iz Mersenneovog djela jest tvrdnja je da Getaldićevo zrcalo bilo dvonožno.

Marinovo djelo se spominje i u djelu Santa Pieralisia *Barberinijevo konkavno zrcalo (Lo specchio concavo barberiniano).* To je zapravo poema koja je napisana u čast princa D. Francesca Barberinija, a iz koje saznajemo što je bilo s Marinovim paraboličnim zrcalom izrađenim u Dubrovniku. Nakon Marinove smrti, Marinov brat Jakov Getaldić piše, 2. travnja 1627., godine pismo kardinalu Francescu Barberiniju u kojem obavještava kardinala da je Marin umro i pri tome mu šalje i parabolično zrcalo. Kardinal je smatrao to zrcalo vrlo vrijednim darom pa ga je smjestio u tadašnji Prirodoslovni muzej. Od tada boravi u muzeju, ali se ne održava jer ljudi nisu znali čemu služi. Nakon što ga je sam princ otkrio, naredio je da se zrcalo restaurira, pri čemu se popravljena oštećenja i napravljena je nova armatura. Nakon restauracije, princ Barberini smješta zrcalo u svoj privatni fizikalni kabinet i daje ga na korištenje svojim sinovima. U to vrijeme nastaje i navedena Pieralisieva poema u čijem se uvodu navodi da je zrcalo imalo polumjer 2/3 metra, a da je opseg iznosio preko 2 metra. Tu vidimo nelogičnost između ta dva podatka: ako je opseg iznosio preko dva metra tada je promjer morao iznositi 2/3 metra, a ne polumjer kako je naveo Pieralisi. U poemi je navedeno da je zrcalo izrađeno od kovine koja je čvršća od stakla, a imala je sjaj i s prednje i stražnje strane. Također se spominje i da je Getaldić zrcalo koristio za paljenje, ali se pomoću njega mogla dobiti i slika predmeta i sam opis slike:položaj i veličina u odnosu na predmet, iz čega vidimo da se princ potrudio saznati i upotrebu ovog zrcala s obzirom da je bila zaboravljena. Poslije princa se ne zna tko je bio sljedeći vlasnik zrcala, no ono je danas pohranjeno u Nacionalnom pomorskom muzeju u Greenwichu, i na poleđini zrcala se nalazi urezano ime Marina Getaldića. Zrcalo koje se danas nalazi u muzeju ima jednu nogu, dok je Mersenne u svojem djelu naveo da ima dvije, što znači da je jedna noga vjerojatno uklonjena tijekom restauracije. No, bez obzira na sve izmjene načinjene na njemu, samo zrcalo je i dalje Marinovo[29].

[29]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 159-160

## 4.2. Sadržaj djela

Da bi dokazao svoj zaključak da su sve parabole nastale presjecima pravokutnih, oštrokutnih, tupokutnih pa i kosih stožaca međusobno kongruentne, koristio se tada njemu jedinim poznatim izvorom, a to su četiri knjige Apolonijevih *Čunjosječnica*. Apolonije je bio grčki matematičar, nazvan i „veliki geometar“, koji se proslavio svojom teorijom čunjosječnica[30] (konika) – presjecima stožaca kojima je dao današnja imena – elipsa i hiperbola, dok je Arhimed dao ime trećem presjeku – paraboli[31]. S obzirom da njemu tada poznati izvori, nisu bili dovoljni za dokazivanje tvrdnje, Getaldić je sam razvio pojedine teoreme i stavke. On nije znao, da su se takvi teoremi već nalazili u Apolonijevim djelima za koje on nije znao da postoje. Razlika između Apolonijevih i Getaldićevih teorema jest u tome što ih Apolonije razvija za pojedine slučajeve, dok ih Getaldić razvija za bilo koji slučaj. Također, svoje poučke i teoreme Getaldić slaže redom kojim se vrlo lako dolazi do glavnog zaključka djela.

Getaldić u četvrtome poučku pokušava dokazati da je „parabola dobivena kao presjek bilo kojeg stošca kongruentna s parabolom koja se dobiva kao presjek uspravnog pravokutnog stošca“[32]. Za takav dokaz, Getaldić je trebao dvije vrste parabola: jednu nastalu kao presjek uspravnog stošca, a drugu nastalu kao presjek kosog stošca kao i dokaz njihove kongruetnosti. „Getaldić nije uspio u potpunosti dokazati svoju tvrdnju pa njegov dokaz vrijedi samo za parabole dobivene presjecima uspravnih stožaca i presjecima kosih stožaca okomitih na ravninu simetrije“[33].

U drugome korolaru Getaldić izvodi jedan dio svog glavnog optičkog zaključka, a to je da su sve parabole dobivene od bilo kojeg stošca međusobno istovrsne i kako su pogodne za konstrukciju zrcala kojima se može zapaliti maketa broda. U petom poučku pronalazimo ostatak glavnog zaključka, a to je da se sve sunčeve zrake koje padaju na zrcalo usporedno odbijaju s osi u jednoj točki koja je za četvrtinu parametra udaljena od tjemena parabole.

U svojem djelu *Neki stavci o paraboli* Getaldić daje dvije konstrukcije parabole i u objema koristi Apolonijev poučak. Getaldić zahtjeva da u obje konstrukcije broj konstruiranih

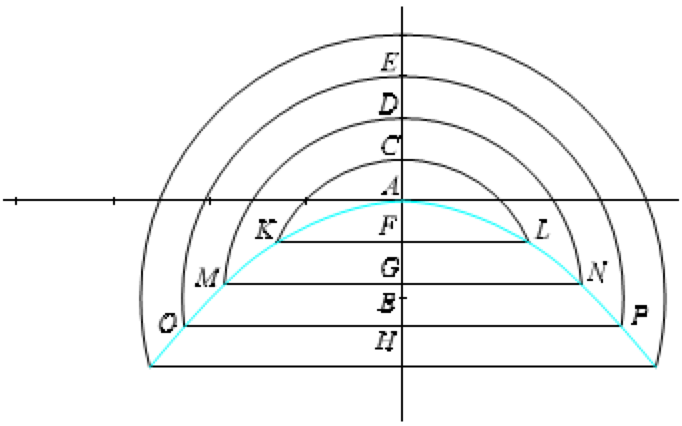
[30]Apolonije, http://www.phy.uniri.hr/~jurdana/apolonije.pdf, (pristupljeno 4.1.2015.)
[31]Hrvatska enciklopedija, http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=3348, (pristupljeno 4.1.2015.)
[32]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 168
[33]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 168

točaka kojima prolazi parabola bude što veći, tako da se dobije što preciznija parabola. U sljedećem poglavlju se nalazi opis jednog postupka konstrukcije parabole.

### 4.3. Konstrukcija parabole

U samome djelu jedan od načina konstrukcije parabole je opisan u problemu 2. prijedlog 7.

Nacrtajmo dvije okomite međusobno osi. Na sjecištu osi označimo točku A. Na okomitoj osi zadajmo točku B kao na slici 5. Nacrtajmo točke C, D, E iznad A tako da vrijedi AC=CD=DE. Nacrtajmo ispod A točke F, G, H tako da vrijedi AF=AC, AG=AD, AH=AE. Nacrtajmo kružnice sa središtem u točki B i pripadajućim polumjerima BC, BD, BE. Povucimo normale na duljinu AB koje će prolaziti točkama F, G, H. Sjecišta normala i kružnica označimo s točkama O, M, K, L, N i P. Krivulja koja povezuje točke O, M, K, L, N i P čini parabolu. Što su točke C, D, E, tj. F, G, H, međusobno bliže, parabola će biti točnija.




**Slika 5.** Getaldićeva konstrukcija parabole.

# 5. Razvoj matematike

Renesansa je jedno od najbogatijih razdoblja otkrićima iz različitih znanosti: matematike, astronomije, književnosti, likovne umjetnosti[34].

Glavna matematička otkrića u vrijeme renesanse su rješenja jednadžbi trećeg i četvrtog stupnja i razvoj matematičke simbolike, tj. notacije. Što se tiče simbolike do renesanse se za nepoznanice koristile latinske riječi res, census, kubus. Često su se za istu matematičku operaciju koristile različite riječi, ovisno u kojoj su zemlji pisane. U renesansi su se počele upotrebljavati oznake za matematičke operacije kakve danas koristimo; +, -, :, x, <, >. Samom razvoju matematike, i općenito znanosti, pridonio je razvoj tiskarskog stroja, koji je ubrzao i pojeftinio tiskanje brojnih djela. Prije razvoja matematičkih simbola matematičke operacije poput

$$2 + 3 = 5$$

su se zapisivale na sljedeći način

$$.\,2.\,\mathrm{et}.\,3.\,\mathrm{ae}.\,5.$$

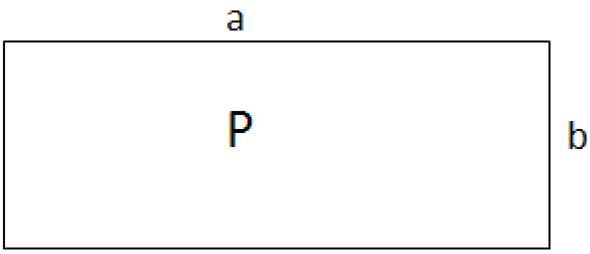
Njemački matematičar Johannes Widman prvi je počeo koristiti znakove + i -, dok su Michael Stifel i Robert Recorde uveli oznake za potenciju i jednakost. Giel Vander Hoeck, belgijski matematičar, je prvi počeo koristi simbole + i – u algebarskim izrazima, dok je Britanac Thomas Harriot prvi upotrijebio točku za operaciju množenja. Francois Viéte prvi upotrebljava samoglasnike za nepoznanice i suglasnike za konstante[35].

[34] Wikipedija, http://hr.wikipedia.org/wiki/Renesansa, (pristupljeno 19.2.2015.)
[35] Povijest matematike, http://www.pmfst.unist.hr/~zzoric/POVIJEST%20MATEMATIKE/Matematika%20u%20doba%20renesanse.pdf, (pristupljeno 19.2.2015.)

**Slika 6.** Francois Viéte (Izvor: Science World, http://scienceworld.wolfram.com/biography/Viete.html, (pristupljeno 19.2.2015.)).

Simboli se u matematici razvijaju i iz razloga što je geometrija „općenita“, npr. površina pravokutnika jednaka je

$$P = a * b$$




**Slika 7.** Površina pravokutnika sa stranicama a i b.

što vrijedi za svaki a i b. Aritmetika nije „općenita“, npr.

$$7 * x = 5$$

x dobijemo tako da dijelimo 5 sa 7

$$5 : 7 = 0{,}71 \dots$$

Kada bismo išli potvrditi rezultat, tj. množimo li 7 i 0,71 rezultat glasi 4,97 iz čega zaključujemo da broj 5 ne predstavlja svaki rezultat ove jednadžbe[36].

[36] Matematika u doba renesanse, http://www.slideshare.net/jvolarov/matematika-u-doba-renesanse, (pristupljeno 19.2.2015.)

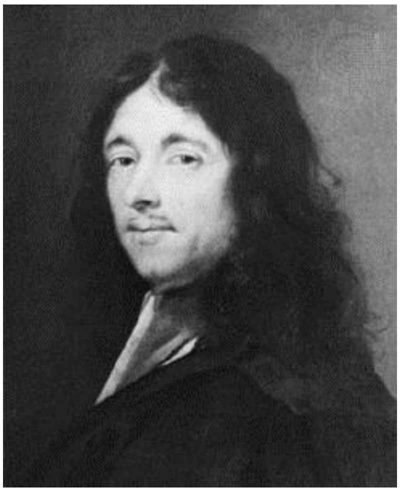
Poslije razvoja simbolike dolazi do razvoja analitičke geometrije. Analitička geometrija se bavi proučavanjem ravnine i prostora s algebarskim metodama. Jedan od prethodnika analitičke geometrije jest i Marin Getaldić, ali njegov doprinos je objašnjen preko glavnog njegovog djela *De resolutione et compositione mathematica.* Osnivačem analitičke geometrije smatra se francuskog matematičara i filozofa Rene Decartesa koji ju u svome djelu *O univerzalnoj znanosti (Discours de la methodepour bien conduire saraison et chercher la veritedans les sciences)* objašnjava metodom koordinata. Iz tog naziva vidimo i osnovnu ideju analitičke geometrije, a to je da se točke ravnine i prostora opisuju koordinatama –parovima ili trojkama realnih brojeva. Objekte opisujemo jednadžbama, pa nam se odnosi među objektima rješavaju sustavima jednadžbi[37].

Temelje analitičke geometrije pronalazimo u staroj Grčkoj, i to u djelima matematičara Euklida. Euklid je u svom najpoznatijem djelu *Elementi* definirao ravninu, koju i nazivamo euklidskom ravninom, a pokušao je definirati i ostale objekte poput točke – ono što nema dijelova, krivulja – duljina bez širine, ploha – ono što nema samo duljinu već i širinu.

Euklidska ravnina i prostor su zasnovani na aksiomima, prihvaćenim istinama, i to tako da osnovne elemente točku i pravac ne definiramo, nego aksiomima opisujemo njegove odnose. Takvu geometriju Descartes je smatrao nepotrebno teškom i tako formulirana je stvarala više poteškoća nego li je potrebno. Smatrao je da svaki teorem ili poučak moraju biti dokazani, a ne samo iskazani.

Osim Descartesa, analitičkom se geometrijom bavio i Pierre Fermat, kojeg još nazivamo suosnivačem analitičke geometrije. Fermat daje vrlo jasne opise matematičkih jednadžbi i daje nam više varijanti jednadžbi konika.

[37] Otkriće analitičke geometrije, http://www.pmfst.unist.hr/~zzoric/POVIJEST%20MATEMATIKE/Otkrice%20analiticke%20geometrije.pdf, (pristupljeno 19.2.2015.)



**Slika 8.** Pierre Fermat (Izvor: Encyclopaedia Britannica, http://www.britannica.com/EBchecked/topic/204668/Pierre-de-Fermat, (pristupljeno 19.2.2015.)).

U renesansi se, osim Marina Getaldića, ističe još jedan hrvatski matematičar, Franjo Petrić. Rođen na Cresu, a umro je u Rimu. Kao i većina tadašnjih znanstvenika, djelovao je u više područja znanosti: matematika, filozofija i astronomija. Njegova dva najpoznatija djela su *Nova sveopća filozofija* (*Nova de universis philosophia*) i *O novoj geometriji* (*Della nouva geometria*). Prvo djelo je filozofske naravi u kojem se protivi tadašnjim astronomskim pogledima, a filozofiju dijeli na četiri discipline: panaugia, panarchia, panpsychia i pancosmia. Zbog tih stavova djelo je stavljeno na indeks zabranjenih knjiga. Drugo djelo je matematičke prirode i u njemu se bavi pitanjima beskonačnosti, prostora i neprekinutosti[38].


**Slika 9.** Franjo Petrić (Izvor: http://e.math.hr/math_e_article/br15/bilic_vlajsovic/hrvatskimatematicari#franjopetrisevic, (pristupljeno 19.2.2015.)).

[38] Povijest hrvatske matematike, http://e.math.hr/math_e_article/br15/bilic_vlajsovic/hrvatskimatematicari#franjopetrisevic, (pristupljeno 19.2.105.)

# 6. O matematičkoj analizi i sintezi

## 6.1. O djelu

Ovo djelo koje u izvorniku ima naziv *De resolutione et compositione mathematica* najpoznatije je i najvažnije Getaldićevo djelo. Često ga se smatralo osnivačem analitičke geometrije, pri čemu se neki znanstvenici prihvaćali tu tvrdnju, neki odbacivali tu tvrdnju dok su mu neki davali samo dio zasluga. No samo djelo zapravo nema težište u analitičkoj geometriji. Sastoji se od pet knjiga u kojima se pokušava provesti ideja o primjeni analiza-sinteza metode na algebarskoj i geometrijskoj analizi. Na izdavanje Getaldićevih djela su često utjecali i drugi znanstvenici, tako je vidljiv utjecaj i na ovo djelo. Najveći utjecaj je ostavio Viete što je vidljivo po tome što je najviše problema rješavao pomoću algebarske metode, služio se njegovom simbolikom te načinom izražavanja[39].

U prvoj knjizi svog djela *De resolutione et compositione mathematica (O matematičkoj analizi i sintezi)* Getaldić pojašnjava pojam analize. Tumači osnovne principe analitičkog i sintetičkog postupka, uspoređuje ih i objašnjava njihovu bit u matematičkom smislu. Sinteza je postupak kod kojeg uzimamo ono što je zadano i idemo prema cilju, tj. onome što se traži. Analizu definira kao uzimanje onog zadanog od konačnog cilja, a zatim idemo zaključkom preko onog što slijedi prema onome što je uistinu zadano.

Getaldić je analizu i sintezu objasnio na sljedeći način:

„Takva dokazivanja dvojaka su. Naime, ona ili potvrđuju zadano ili ga odriču; ona koja potvrđuju zadano zovu se analitička dokazivanja (analize). Tim postupkom svodimo traženi zaključak upravo na one razloge pomoću kojih se on dokazuje.

Moguće je, naime, da se od onoga što je zadano okrenemo istim putovima analize prema onome što se traži. One postupke koji poništavaju zadano zovemo svođenje na nemoguće. Naime, svođenje na nemoguće je uzimanje onoga što se suprotstavlja uistinu zadanom, jer u svođenju na nemoguće uzimamo za pretpostavku ono što se suprotstavlja

[39]Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994., str. 187-189

traženom. Takvom pretpostavkom napredujemo dok ne naiđemo na neki apsurd, kojim se, poništivši pretpostavku, potvrđuje ono što se na početku tražilo“[40].

Getaldić nam definira i dvije vrste analize, teorijsku i problemsku. „Teorijska analiza ima za krajnji cilj otkriti istinu koju formulira u poučke, dok problemska analiza uči kako se pronalazi način konstruiranja u problemima i put dokazivanja konstrukcije.“[41] Ovim definicijama nam pokazuje snagu i moć algebarske analize.

Getaldić daje upute kako postupati s teoremima i problemima koji ne potpadaju pod algebru. Svi oni teoremi koji potpadaju pod algebru većinom se brže i lakše analiziraju algebarski, a zatim sintetiziraju tragovima analize.

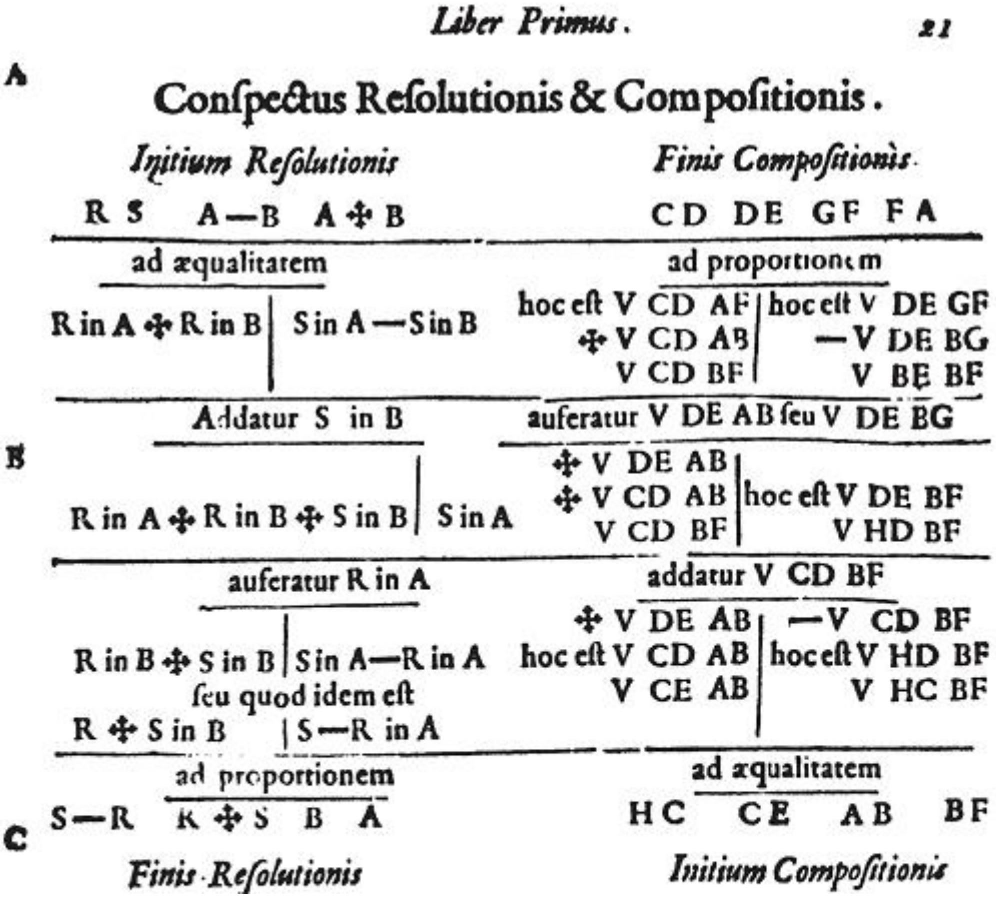
„Naime analiza koja se provodi pomoću nepromjenjivih oznaka, a ne pomoću brojeva podložnih promjeni bez obzira na to u kojoj se operaciji upotrebljavaju, ostavlja jasne tragove preko kojih nije težak povratak do sinteze; sinteza u problemima, riješenima bilo algebarski bilo po metodi starih, vraća se od svršetka analize, tragovima analize, do početka. U teoremima pak, čija se istina istražuje algebarski, dokazivanje teče istim redom kojim je u teoremima pronađena istina.“[42]

Pomoću svojih osnovnih načela algebarske analize i sinteze, izlaže svoje prve teoreme kojima će se često služiti u svojim kasnijim analizama i sintezama.

Najveći doprinos Getaldićevog djela dolazi s metodološkog stajališta. Sam doprinos dolazi sa shematskog prikaza algebarske analize i sinteze koji on naziva conspectus resolutionis et compositionis – specifični, sažeti i simbolički zapis provedenih postupaka. Conspectus prikazuje odnose između dva matematičko – logička procesa analize i sinteze koji teku u suprotnim smjerovima. S lijeve strane tablice prikazani su koraci analize, a s desne strane prikazani su koraci sinteze.

Ovdje imamo prikaz conspectusa analize i sinteze problema III.:

[40]Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196
[41]Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196
[42]Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196



*Liber Primus.* 21

A

**Conspectus Resolutionis & Compositionis.**

*Initium Resolutionis* — *Finis Compositionis*

R S A—B A + B — CD DE GF FA

ad aequalitatem — ad proportionem

R in A + R in B | S in A — S in B — hoc est V CD AF + V CD AB V CD BF | hoc est V DE GF — V DE BG V BE BF

Addatur S in B — auferatur V DE AB seu V DE BG

B

R in A + R in B + S in B | S in A — + V DE AB + V CD AB V CD BF | hoc est V DE BF V HD BF

auferatur R in A — addatur V CD BF

R in B + S in B | S in A—R in A seu quod idem est R + S in B | S—R in A — + V DE AB hoc est V CD AB V CE AB | —V CD BF hoc est V HD BF V HC BF

ad proportionem — ad aequalitatem

C

S—R R + S B A — HC CE AB BF

*Finis Resolutionis* — *Initium Compositionis*

**Slika 10.** Conspectus analize i sinteze problema III. iz Getaldićevog djela O matematičkoj analizi i sintezi.

Od svih pet, najvažnija je ona zadnja knjiga. Dijeli se na četiri poglavlja, pri čemu se u prvom poglavlju primjenjuje algebarska analiza na fizikalni problem određivanja specifičnih težina, dok se u četvrtom poglavlju primjenjuje geometrijska analiza na probleme iz algebre.

U drugome poglavlju Getaldić rješava probleme koji su nemogući koji se uočavaju analizom iz porizma, dok su u trećem poglavlju obrađeni problemi koji se mogu riješiti na beskonačno mnogo načina – uzaludni ili ništavni problemi. U toj vrsti problema postoje dvije podvrste, iako su navedene u jednoj grupi,: problemi koji se mogu riješiti na beskonačno mnogo načina bez ikakvih ograničenja i problemi koji se mogu riješiti na beskonačno mnogo načina, ali ipak ne na svaki.

Upravo iz tih veza između dviju dužina ili dviju točaka ovo djelo se smatra začetkom analitičke geometrije, iako težište nije na tome nego na primjeni analize i sinteze na algebarskoj i geometrijskoj metodi.

## 6.2. Prvi problem

U ovome poglavlju izložit ću prvi problem koji je Marin Getaldić obrađivao u svojoj knjizi *De resolutione et compositione mathematica.* Ovo je vrlo jednostavan primjer s obzirom na ostale koje je obrađivao u knjizi. Getaldić prvo provodi algebarsku analizu, a zatim iz nje izvodi porizam[43] koji koristi u sintezi. Getaldić zatim provodi još jednu analizu iz koje ponovno izvodi porizam i sintezu. Na kraju definira još dva korolara.

„Problem 1.:

Zadanu dužinu treba presjeći, tako da veći dio premašuje manji zadanim pretičkom. Zadani pretičak treba biti manji od zadane dužine, koju treba presjeći.“[44]

Analiza:

Prije početka analize imamo dužinu B koja je podijeljena na dva dijela, veći, A+D, i manji, A. broj ta dva dijela daje nam B.

$$\mathrm{B} = \mathrm{A} + \mathrm{A} + \mathrm{D}$$

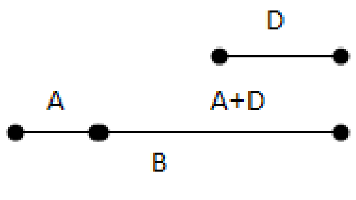
$$\mathrm{B} = 2\mathrm{A} + \mathrm{D}$$

Oduzmemo li D sa obje strane jednadžbe

$$\mathrm{B} - \mathrm{D} = 2\mathrm{A} + \mathrm{D} - \mathrm{D}$$

Dobijemo da je zdana duljina B manje pretičak D jednaka dvostrukom većem dijelu A.

$$\mathrm{B} - \mathrm{D} = 2\mathrm{A}$$




**Slika 11.** Slika vezana za prvi problem iz djela *O matematičkoj analizi i sintezi*.

[43]Porizam je pojam koji se u povijesti matematike tumači na različite načine, a javlja se već u antici. Vjerojatno se misli na određeno unapređivanje dotičnog matematičkog problema uz pomoć baš ovih poučaka, koji su ‘porizmi’.

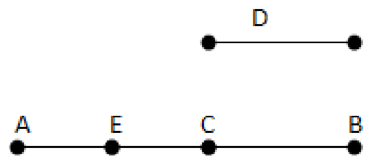
[44]Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196

„Porizam:

Zadana dužina manje zadani pretičak jednaka je dvostrukom manjem dijelu. Dobiva se dakle traženi manji dio“[45].

Sinteza:

Imamo dužinu AB koju treba podijeliti na dva dijela tako da veći dio premašuje manji za duljinu pretička D. Od AB oduzmimo BC jednak pretičku D, a preostali dio raspolovimo točkom E. Dobili smo da je EB veći od AE za duljinu CB, tj. pretičak D.




**Slika 12.** Slika vezana za prvi problem iz djela *O matematičkoj analizi i sintezi*.

Analiza 2:

Podijelimo dužinu B na veći dio, A, i manji dio, A-D. Cijela dužina B jednaka je zbroju većeg i manjeg dijela

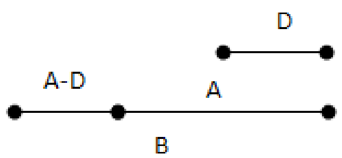
$$B = A - D + A$$

$$B = 2A - D$$

Dodamo li objema stranama jednadžbe D dobiva se

$$B + D = 2A$$

da je zbroj duljine i pretička jednak dvostrukom većem dijelu.




**Slika 13.** Slika vezana za prvi problem iz djela *O matematičkoj analizi i sintezi*.

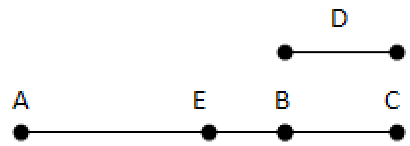
[45] Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196

„Porizam:

Zadana dužina uvećana za dani pretičak jednaka je dvostrukom većem dijelu. Dobiva se dakle traženi veći dio.“[46]

Sinteza:

Zadana je dužina AB i pretičak D. Produljimo AB do točke C pri čemu je BC jednak pretičku D. Prepolovimo cijelu dužinu AC točkom E i dobijemo da je AE veći dio, a EB manji dio. AE je veći od EB za BC, tj. pretičak D.




**Slika 14.** Slika vezana za prvi problem iz djela *O matematičkoj analizi i sintezi*.

Postupak koji se odnosi na brojeve ili je tražena veličina broj naziva se retički, a postupak koji se odnosi na geometrijske objekte naziva se egzegetički.

Primjena algebarske analize omogućila je Getaldiću formulaciju još dvaju popratnih korolara.

„Korolar 1:

Iz onog što je dokazano jasno je da je dužina, koja se dijeli na dva dijela, povećana pretičkom dijelova, jednaka dvostrukom većem dijelu, a umanjena, dvostrukom manjem dijelu.

Korolar 2:

U nastavku i ovo je također istina da je polovica dužine podijeljena na dva dijela, povećana polovicom pretička dijelova, jednaka većem dijelu, a umanjena, manjem dijelu“[47].

---

[46]Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196
[47]Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196

# 7. Zaključak

U razvoju matematike i fizike sudjelovalo je puno hrvatskih znanstvenika, ali rijetki su ostvarili veliki utjecaj. Jedan od njih je Marin Getaldić koji je najviše zapažen po svojim metodama kojima je vršio mjerenja u fizici ili rješavao probleme u matematici.

U fizici se najviše iskazao svojim djelom *Unaprijeđeni Arhimed* u kojem se vidi njegova preciznost u svim elementima eksperimentalnih istraživanja. Rezultati takvog rada su naročito vidljivi u rezultatima mjerenja: puno su točniji od rezultata njegovih prethodnika i suvremenika i vrlo blizu današnjim rezultatima.

Djelo *Neki stavci o paraboli* ima fizikalnu temu koja se obrađuje matematički, a riječ je o konstruiranju paraboličnog zrcala. Rezultati ovog djela se najčešće pripisuju području matematike, a u samome djelu prvi put spominje imena elipse i hiperbole.

Njegovo djelo *O matematičkoj analizi i sintezi* u kojem se bavi analizom i sintezom mu je omogućilo da ga se naziva prvim hrvatskim matematičarom europskog formata iz čega vidimo da je imao vrlo velik utjecaj na razvoj analitičke matematike.

# 8. Literatura


1. Apolonije, http://www.phy.uniri.hr/~jurdana/apolonije.pdf, (pristupljeno 4.1.2015.)
2. Borić M. Prinos Marina Getaldića preobrazbi novovjekovne znanosti, HUM- časopis Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru, 9, 2012, str. 269-290
3. Borić, M. Getaldić , Descartes i analitička geometrija, Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2(76), 2013., str. 167-196
4. Calinger, R. Vita Mathematica: Historical Research and Integration with Teaching, Cambridge University Press, 1996.
5. Dadić, Ž. Hrvati i egzaktne znanosti u osvitu novovjekovlja, Školska knjiga, Zagreb, 1994.
6. Dadić, Ž. Povijest egzaktnih znanosti, Liber, Zagreb, 1982.
7. Encyclopaedia Britannica, http://www.britannica.com/EBchecked/topic/204668/Pierre-de-Fermat, (pristupljeno 19.2.2015.)
8. Getaldićeva konstrukcija parabole, http://mis.element.hr/fajli/119/06-10.pdf, (pristupljeno 4.1.2015.)
9. Hrvatska enciklopedija, http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=3348, (pristupljeno 4.1.2015.)
10. Marin Getaldić - život i djelo oca hrvatske matematike, http://mis.element.hr/fajli/251/27-08.pdf, (pristupljeno 4.1.2015.)
11. Marin Getaldić, http://www.moljac.hr/biografije/getaldic.htm, (pristupljeno 4.1.2015.)
12. Matematika u doba renesanse, http://www.slideshare.net/jvolarov/matematika-u-doba-renesanse, (pristupljeno 19.2.2015.)
13. Otkriće analitičke geometrije, http://www.pmfst.unist.hr/~zzoric/POVIJEST%20MATEMATIKE/Otkrice%20analiticke%20geometrije.pdf, (pristupljeno 19.2.2015.)
14. Portal za škole - Razredna nastava - Marin Getaldić, naš najveći matematičar, http://www.skole.hr/ucenici/os_nizi?news_id=634, (pristupljeno 4.1.2015.)
15. Povijest hrvatske matematike, http://e.math.hr/math_e_article/br15/bilic_vlajsovic/hrvatskimatematicari#franjopetrisevic, (pristupljeno 19.2.105.)

16. Povijest matematike, http://www.pmfst.unist.hr/~zzoric/POVIJEST%20MATEMATIKE/Matematika%20u%20doba%20renesanse.pdf, (pristupljeno 19.2.2015.)
17. Razumijem matematičke pojmove, http://www.hazu.hr/~duda/etimuvod.html, (pristupljeno 4.1.2015.)
18. Science World, http://scienceworld.wolfram.com/biography/Viete.html, (pristupljeno 19.2.2015.)
19. Stipanić E. Dva pisma Marina Getaldića Galileju, Nastava matematike i fizike, 5(1957), 3-4, str. 197-205
20. The Golden Crown, http://www.math.nyu.edu/~crorres/Archimedes/Crown/bilancetta.html, (pristupljeno 4.1.2015.)
21. Wikipedija, http://hr.wikipedia.org/wiki/Marin_Getaldi%C4%87, (pristupljeno 4.1.2015.)
22. Wikipedija, http://hr.wikipedia.org/wiki/Renesansa, (pristupljeno 19.2.2015.)

# 9. Životopis

Rođen sam 21. prosinca 1990. godine u Vinkovcima. Osnovnu školu fra Bernardina Tome Leakovića pohađao sam u Bošnjacima. Nakon završetka osnovne škole upisao sam srednju školu u Županji, smjer opća gimnazija. Po završetku srednje škole, 2009. godine upisujem se kao redoviti student na Preddiplomski studij fizike na Odjelu za fiziku, koji je u sastavu Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku. Godine 2012. nakon završetka preddiplomskog studija, upisao sam Sveučilišni diplomski studij fizike i informatike. Trenutno sam zaposlen kao nastavnik fizike u gimnaziji Jurja Barakovića u Zadru.