ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *19. veljače 2010.*

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Neka su dani skupovi $A_1 \subseteq A$, $B_1 \subseteq B$. Dokažite da vrijedi sljedeća jednakost
$$(A \times B) \setminus (A_1 \times B_1) = [(A \setminus A_1) \times B] \cup [A \times (B \setminus B_1)].$$

2. Neka je $\mathcal{F}$ skup svih funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Za $f, g \in \mathcal{F}$ definirajmo relacije ρ_1 i ρ_2 na sljedeći način:
$$\begin{aligned} f\rho_1 g &\iff f(2010) = g(2010), \\ f\rho_2 g &\iff f(2010) < g(2010). \end{aligned}$$
Provjerite svojstva ovih relacija, a ako je neka od njih relacija ekvivalencije odredite barem 2 elementa koji se nalaze u klasi $[i_{\mathbb{R}}]$, gdje je $i_{\mathbb{R}}$ identiteta na skupu $\mathbb{R}$.

3. Odredite skupove $D_\pm$ i $K_\pm$ takve da funkcije $f_\pm : D_\pm \to K_\pm$ definirane formulama $f_\pm(x) = \dfrac{3^x - 1}{3^x \pm 1}$ budu bijekcije, a zatim im nađite inverzne funkcije.

4. Zbroj koeficijenata polinoma $p(x) = a_{2n}x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ iznosi 4 i vrijedi $a_0 + a_2 + \cdots + a_{2n} = a_1 + a_3 + \cdots + a_{2n-1}$. Ako je ostatak pri dijeljenju tog polinoma polinomom $x^2 + 1$ jednak $x + 2$, odredite ostatak pri dijeljenju tog polinoma polinomom $x^4 - 1$.

5. U skupu $\mathbb{C}$ nađite sva rješenja jednadžbe
$$z^8 + z^6 + 2z^4 + z^2 + 1 = 0.$$

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.