

# Sažetak

U ovoj disertaciji proučava se relativna perturbacijska teorija za definitne hermitske matrične parove  $(H, M)$  u kojima su obje matrice  $H$  i  $M$  indefinitne nesingularne.

U uvodnom dijelu disertacije dajemo pregled postojećih perturbacijskih rezultata iz standardne i relativne perturbacijske teorije, te pregled naših rezultata.

Također, nakon uvodnog dijela navodimo rezultate koje smo koristili kao pomoćni alat prilikom izvođenja naših ocjena.

Budući da se u svim ocjene koje su u disertaciji izvedene pojavljuje dodatni faktor tj. norma  $B_J$ -unitarnih matrica na samom početku u Poglavlju 3 izvodimo ocjene za normu  $B_J$ -unitarne matrice koja se može oštro ocjeniti za slučaj kada je matrica  $H$  u matričnom paru  $(H, M)$  *kvazi-definitna*.

U Poglavljima 4 i 5 izvodimo  $\sin \Theta$  i  $\sin 2\Theta$  teoreme za svojstvene potprostore hermitskih matričnih parova  $(H, M)$  u kojima je matrica  $M$  pozitivno definitna. Te ocjene proširujemo na slučaj kada su obje matrice  $H$  i  $M$  iz para  $(H, M)$  indefinitne hermitske nesingularne. To postizemo na taj način da umjesto para  $(H, M)$  promatramo par  $(H, H - \alpha M)$ , gdje je  $\alpha$  realan broj takav da je matrica  $H - \alpha M$  pozitivno definitna. Posebna novina ovdje jeste da se rotacija svojstvenog potprostora mjeri u matrično zavisnom skalarnom produktu.

Rotaciju svojstvenog prostora definitnih matričnih parova smo mjeriti i u standardnom skalarnom produktu, te dobili oštre ocjene za normu sinusa kutova između potprostora perturbiranih i neperturbiranih matričnih parova koje se mogu primjeniti na hiperbolni kvadratni svojstveni problem. Prema tome, važan rezultat disertacije jesu relativne perturbacijske ocjene za svojstvene vektore hiperbolni kvadratni svojstvenog problema

$$(\mu^2 A + \mu B + C)x = 0,$$

---

gdje su  $A$ ,  $B$  i  $C$  hermitske matrice,  $\mu$  je kvadratna svojstvena vrijednost, a  $x$  je kvadratni svojstveni vektor. Osnovni alat koji koristimo u izvođenju ocjena jeste linearizacija kvadratnog svojstvenog problema na generalizirani svojstveni problem. Bitna činjenica jeste da dobijemo ocjene koje su ovisne samo o matricama  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , priparnim perturbacijama  $\delta A$ ,  $\delta B$  i  $\delta C$ , te relativnim gapovima.

Iza svakog poglavlja navodimo nekoliko numeričkih primjera.