



Pravila

Pismeni ispit se piše 2 sata. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je skupiti barem 40 od 100 mogućih bodova na pismenom ispitu. Ispit se predaje s papirom sa zadacima i radnim listovima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranici kolegija. Sve tvrdnje potrebno je detaljno obrazložiti, inače neće biti bodovane. Dozvoljeno je korištenje jedino pribora za pisanje i kalkulatora.

Zadatak 1 (20 bodova). Neka je indeks podgrupe H u grupi G jednak 5. Grupa H normalna je podgrupa grupe G . Pretpostavimo da je $g \in G$ reda 7 te da je $g^7 \in H$. Dokažite da je tada $g \in H$.

Zadatak 2 (20 bodova). Neka je G grupa reda 99. Dokažite da postoji jedinstvena podgrupa K od G takva da je $G/K \cong \mathbb{Z}_{11}$.

Zadatak 3 (15+5 bodova). Neka je $R = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ prsten uz zbrajanje i množenje modulo 10.

- (a) Pokažite da je R integralna domena.
 - (b) Je li R polje?
-

Zadatak 4 (20 bodova). Neka je R komutativan netrivialan unitalni prsten u kojem za svaki $r \in R$ postoji prirodan broj $n > 1$ takav da je $r^n = r$. Pokažite da je tada svaki prost ideal u R maksimalan ideal u R .

Zadatak 5 (20 bodova). Odredite Galoisovu grupu polinoma $f(x) = x^4 - 7$ nad poljem \mathbb{Q} .