

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
7. lipnja 2016.

**2. kolokvij iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa I**  
Ak. god. 2015./2016.

**Zadatak 1** [5b] Rad veličine  $2 J$  potreban je za rastezanje opruge prirodne duljine  $12 \text{ cm}$  do duljine od  $18 \text{ cm}$ . Koliki rad treba uložiti da bi se opruga rastegnula s  $20$  na  $25 \text{ cm}$  duljine?

**Zadatak 2** [10b] Koristeći Pappusov teorem odredite volumen uspravnog kružnog valjka.

**Zadatak 3** [10b] U desnu pretključetku srca ubrizgano je  $0.5 \text{ mg}$  boje. Ako je ukupna koncentracija boje modelirana funkcijom  $c(t) = t \cdot e^{-t}$ ,  $t \in [0, 10]$ , gdje je  $t$  mjereno u minutama, odredite ukupni volumen boje.

**Zadatak 4** [10b] Volumen kutije kvadratnog dna i otvorenog vrha je  $32 \text{ cm}^3$ . Odredite dimenzije kutije tako da za njezinu izradu bude potrošeno najmanje materijala.

**Zadatak 5** [15b] Izračunajte duljinu luka krivulje parametarski zadane s  $\vec{r}(t) = (\cos^3(2t), \sin^3(2t))$  za  $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$ .

**Zadatak 6** [15b] Skicirajte područje omeđeno danim krivuljama i odredite njegovu površinu ako je  $y = |x^2 - 4|$ ,  $y = 5$ .

**Zadatak 7** [15b] Odredite koordinate težišta područja

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1, y \geq 0\}.$$

**Zadatak 8** [15b] Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom područja omeđenog krivuljama  $y = \sin(\frac{3\pi}{2} + x) + \frac{1}{2}$ ,  $y = \frac{1}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  i  $x = \frac{3\pi}{2}$  oko osi  $x = \frac{3\pi}{2}$ .

**Zadatak 9** [15b] Izvedite formulu za oplošje kugle radijusa  $r > 0$ .

**Zadatak 10** [20b] Brod A napušta luku u  $14:00 \text{ h}$  i putuje prema jugu brzinom  $20 \text{ km/h}$ . Brod B putuje prema istoku brzinom  $15 \text{ km/h}$  i dolazi u istu luku u  $15:00 \text{ h}$ . U koje vrijeme je udaljenost između brodova bila najmanja?