

1. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 [10 bod.]

- a) Objasnite pojam gornje međe nekog skupa, a zatim navedite primjer nekog skupa koji ima gornju među i primjer nekog skupa koji nema gornju među.
- b) Je li skup $\langle -\infty, 4 \rangle \cap \langle 0, +\infty \rangle$ omeđen? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.

Zadatak 2 [10 bod.]

- a) Izvedite formulu za trigonometrijski oblik kompleksnog broja $z = x + yi$. (Poslužite se Gaussovom ravninom.)
- b) Kada kažemo da su dva kompleksna broja prikazana u trigonometrijskom obliku jednaka ?

Zadatak 3 [10 bod.]

Napišite binomnu formulu, a zatim pomoću nje izračunajte $(1 + x)^6$.

Zadatak 4 [20 bod.]

Zadan je skup

$$D = \left\{ \frac{7n+1}{n+5} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.]

U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu

$$|x - 2| > 3x - |x + 5|.$$

Zadatak 6 [20 bod.]

Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi tvrdnja

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + \dots + n \cdot (3n - 2) = \frac{n(n+1)(2n-1)}{2}.$$

Zadatak 7 [20 bod.]

- a) Skicirajte u Gaussovoj ravnini skup $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1 + 2i| < 2\}$.

- b) Odredite realni i imaginarni dio kompleksnog broja $z = \frac{(i^7 + i^{14})^4}{(1 - i^3)^3}$.

Zadatak 8 [20 bod.]

- a) Izračunajte u skupu kompleksnih brojeva $\sqrt{-9}$.

- b) Odredite trigonometrijski oblik kompleksnog broja $w = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$.

1. kontrolna zadaća iz Matematike I
Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 [10 bod.]

- a) Objasnite pojam donje međe nekog skupa, a zatim navedite primjer nekog skupa koji ima donju među i primjer nekog skupa koji nema donju među.
b) Je li skup $[2, 5] \cap (-\infty, 3]$ omeđen? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.

Zadatak 2 [10 bod.]

- a) Skicirajte kompleksan broj $z = 2 - 2i$ u Gaussovoj ravnini. U istoj ravnini skicirajte kompleksno-konjugirani broj \bar{z} broja z . Odredite argumente i module brojeva z i \bar{z} .
b) Napišite formule za množenje i dijeljenje kompleksnih brojeva prikazanih u trigonometrijskom obliku.

Zadatak 3 [10 bod.] Napišite binomnu formulu, a zatim pomoću nje izračunajte $(y - 1)^5$.

Zadatak 4 [20 bod.] Zadan je skup

$$A = \left\{ \frac{6n + 2}{3n - 2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] U skupu realnih brojeva riješite jednadžbu:

$$|2x - 2| + |3x - 6| = 2.$$

Zadatak 6 [20 bod.] Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:

$$7 \mid 3^{2n+2} - 2^{n+1}.$$

Zadatak 7 [20 bod.]

- a) Skicirajte u Gaussovoj ravnini skup $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) < 2\}$.

- b) Odredite realni i imaginarni dio kompleksnog broja $z = \frac{(i^{15} + i^{17})^8}{(i^4 - i^3)^3}$.

Zadatak 8 [20 bod.]

- a) Izračunajte u skupu kompleksnih brojeva $\sqrt[3]{1}$.

- b) Odredite trigonometrijski oblik kompleksnog broja $w = (3 - 3\sqrt{3}i)^{18}$.

1. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 [10 bod.]

a) Objasnite pojam omeđenosti nekog skupa, a zatim navedite primjer nekog skupa koji je omeđen i primjer nekog skupa koji nije omeđen.

b) Je li skup $[1, +\infty) \cup \langle -3, 3]$ omeđen odozgo? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.

Zadatak 2 [10 bod.]

a) Napišite De Moivreovu formulu za potenciranje kompleksnog broja $w = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

b) Napišite De Moivreovu formulu za računanje n -tog kompleksnog korijena broja $w = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ i objasnite geometrijsko značenje dobivenih rješenja.

Zadatak 3 [10 bod.] Napišite binomnu formulu, a zatim pomoću nje izračunajte $(2 - x)^5$.

Zadatak 4 [20 bod.] Zadan je skup

$$B = \left\{ \frac{6n + 3}{2n - 1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu:

$$|x + 1| + |x - 3| \leq 4x.$$

Zadatak 6 [20 bod.] Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:

$$2 + 7 + 15 + \dots + \frac{1}{2}n(3n + 1) = \frac{n(n + 1)^2}{2}.$$

Zadatak 7 [20 bod.]

a) Skicirajte u Gaussovoj ravnini skup $\{z \in \mathbb{C} : |z + 1 - 2i| > 3\}$.

b) Odredite realni i imaginarni dio kompleksnog broja $z = i + i^3 + i^5 + \dots + i^{31}$.

Zadatak 8 [20 bod.]

a) U skupu kompleksnih brojeva riješite jednadžbu: $z^3 + 1 = 0$.

b) Odredite trigonometrijski oblik kompleksnog broja $w = (1 + i\sqrt{3})^6$.