

UVOD U VJEROJATNOST I STATISTIKU

ISPITNI ROK 4.2.2021.

ZADATAK 1: [20 bodova]

Neka je (Ω, \mathcal{F}, P) vjerojatnosni prostor i $A, B \in \mathcal{F}$ nezavisni i jednako vjerojatni događaji. Dokažite da tada vrijedi

$$P(A | B^c) + P(B^c | A) + P(A^c \setminus B^c) = P(B | A^c) + P(A^c | B) + P(B^c \setminus A^c).$$

ZADATAK 2: [20 bodova]

Neka su x i y slučajno odabrani brojevi iz segmenta $[0, 1]$. Ako su dani događaji

$$A = \{(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] : \max\{x, y\} < 1/2\}, \quad B = \{(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] : \min\{x, y\} > 1/3\},$$

odredite $P(A | B)$.

ZADATAK 3: [20 bodova]

Neka je $X \sim \mathcal{E}(2)$. Odredite funkciju gustoće, funkciju distribucije i očekivanje slučajne varijable $Y = \sqrt{X}$.

ZADATAK 4: [20 bodova]

Igra na sreću sastoji se od izvlačenja kupona iz kutije koja sadrži 30 vrijednih i 70 bezvrijednih kupona. Igrač na početku igre ulaže onoliko kuna koliko izvlačenja želi provesti, a pritom zarađuje po dvije kune za svaki vrijedni izvučeni kupon. Odredite distribuciju dobitka/gubitka igrača ako je na početku uložio 10kn.

ZADATAK 5: [20 bodova]

Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja simetrične igraće kockice dva puta za redom. Neka je (X, Y) slučajan vektor u kojem X predstavlja broj realiziranih trojki, a Y broj realiziranih dvojki prilikom bacanja kockice. Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) , uvjetnu distribuciju slučajne varijable X uz uvjet $\{Y = 1\}$ te odredite koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$.
