

UVOD U VJEROJATNOST I STATISTIKU

ISPITNI ROK 16.9.2021.

ZADATAK 1: [20 bodova]

U skupini od 100 studenata engleski jezik zna 28 studenata, njemački 30, francuski 42, engleski i njemački 8, engleski i francuski 10, njemački i francuski 5, a sva tri jezika znaju 3 studenta. Na slučajan način biramo jednog studenta. Odredite vjerojatnost da je izabran student koji ne zna niti jedan od ta tri jezika

ZADATAK 2: [20 bodova]

Neka su x i y slučajno odabrani brojevi t.d. je prostor elementarnih događaja

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}.$$

Odredite vjerojatnost događaja

$$B = \{(x, y) \in \Omega : y \leq -x + 1/2\}.$$

ZADATAK 3: [8+12 bodova]

Neka je X neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{96}x^{b-1}e^{-\frac{x}{2}} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases} ,$$

gdje je $b \in \mathbb{N}$.

- Izračunajte vrijednost konstante b .
- Odredite funkciju gustoće i očekivanje slučajne varijable $Y = 1/X$.

ZADATAK 4: [20 bodova]

Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog i slučajnog izvlačenja karte iz standardnog špila od 32 karte dva puta zaredom (s vraćanjem prvoizvučene karte nazad u špil). Neka slučajna varijabla X modelira broj izvučenih karata s vrijednošću 8, a slučajna varijabla Y broj izvučenih karata s vrijednošću manjom od 10. Odredite distribuciju slučajnog vektora (X, Y) i pripadne marginalne distribucije. Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne (obrazložite odgovor)? Odredite vjerojatnost da je $XY = 2$.

Napomena:

Standardni špil od 32 karte sastoji se od četiri jednakobrojne skupine karata (žir, list, srce, bundeva) od kojih svaka sadrži sedmicu, osmicu, devetku, desetku, dečka, damu, kralja i asa.

ZADATAK 5: [20 bodova]

Kutija sadrži 15 bijelih i 30 plavih kuglica. Igra na sreću sastoji se od izvlačenja kuglica iz kutije jednu po jednu (s vraćanjem prethodno izvučene kuglice u kutiju) sve dok ne izvučemo bijelu kuglicu. Početni ulog u opisanoj igri na sreću iznosi 30 kn, a igrač zarađuje po 5 kuna za svaku izvučenu plavu kuglicu. Odredite distribuciju dobitka/gubitka igrača.
